

1982 年東大理 5

この立体の、平面 $y=t$ ($0 \leq t \leq 1$) による断面を考える。

$$0 \leq z \leq 1+x+t-3(x-t)t=1+t+3t^2+(1-3t)x$$

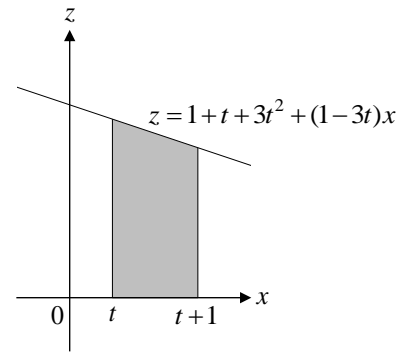
$$t \leq x \leq t+1$$

断面は台形であり、 $x=t$ の辺を上底、 $x=t+1$ の辺を下底とすると

$$\text{上底の長さは } 1+t+3t^2+(1-3t)t=1+2t$$

$$\text{下底の長さは } 1+t+3t^2+(1-3t)(t+1)=2-t$$

$$\text{高さは1であるから、面積は } \frac{1}{2}(1+2t+2-t)=\frac{1}{2}(3+t)$$



$$\text{求める体積は } \therefore \frac{1}{2} \int_0^1 (3+t) dt = \frac{1}{2} \left[3t + \frac{t^2}{2} \right]_0^1 = \frac{7}{4} \dots\dots (\text{答})$$