1983年東大理 $\boxed{2}$

$a_1=1$ より $a_2=2$。 $1=1,\ 2=2,\ 3=1+2$ より $a_3=4$。
$1=1,\ 2=2,\ 3=1+2,\ 4=4,\ 5=1+4,\ 6=2+4,\ 7=1+2+4$ より $a_4=8$。
$a_n=2^{n-1}$ と予想できるので、これを示す。

今、 n 個の自然数 $1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots,\ 2^{n-1}$ のうち1個以上を重複なく取り出して和をとると、
1から 2^n-1 までのすべての自然数が作れることを数学的帰納法で示す。 $n=1,\ 2,\ 3$ については成立。

$n=k$ のとき、 k 個の自然数 $1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots,\ 2^{k-1}$ のうち1個以上を重複なく取り出して和をとると、
1から 2^k-1 までのすべての自然数が作れると仮定する。

このとき、 $k+1$ 個の自然数 $1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots,\ 2^{k-1},\ 2^k$ について
2^k は 2^k で作れる。
$1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots,\ 2^{k-1}$ で1から 2^k-1 が作れるので、 $2^k+1,\ 2^k+2,\ \cdots,\ 2^k+(2^k-1)$ も作れる。
したがって、1から $2^{k+1}-1$ までのすべての自然数が作れるので、 $n=k+1$ でも成立。

以上により仮定は示されたので、 $\therefore a_n=2^{n-1}$ ……(答)

(注)
a_n を二進法で表記すると、 $1\underbrace{0\cdots0}_{n-1\text{個}}$ となる。