

1985 年東大文 [2]

右図のように座標を設定する。座標の単位は  $km$  である。

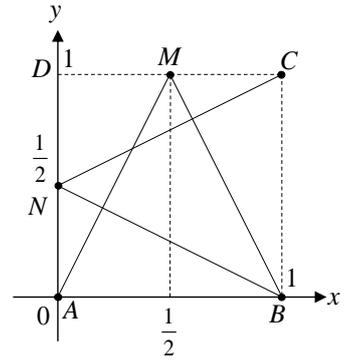
甲は 30 分後に  $M$  を経由して  $B$  に到達するから、

15 分後に  $A(0, 0)$  から  $M\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  まで動く。出発してから  $t$  分後の甲の位置は、

$0 \leq t \leq 15$  のとき  $\left(\frac{t}{30}, \frac{t}{15}\right)$ 、 $15 \leq t \leq 30$  のとき  $\left(\frac{t}{30}, 2 - \frac{t}{15}\right)$  と表される。

同様に、出発してから  $t$  分後の乙の位置は、

$0 \leq t \leq 15$  のとき  $\left(1 - \frac{t}{15}, \frac{t}{30}\right)$ 、 $15 \leq t \leq 30$  のとき  $\left(\frac{t}{15} - 1, \frac{t}{30}\right)$  と表される。



$0 \leq t \leq 15$  のとき、甲と乙の距離は

$$\sqrt{\left\{\frac{t}{30} - \left(1 - \frac{t}{15}\right)\right\}^2 + \left(\frac{t}{15} - \frac{t}{30}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{t}{10} - 1\right)^2 + \frac{t^2}{900}} = \sqrt{\frac{1}{90}t^2 - \frac{1}{5}t + 1} = \sqrt{\frac{1}{90}(t-9)^2 + \frac{1}{10}}$$

$15 \leq t \leq 30$  のとき、甲と乙の距離は

$$\sqrt{\left\{\frac{t}{30} - \left(\frac{t}{15} - 1\right)\right\}^2 + \left\{\left(2 - \frac{t}{15}\right) - \frac{t}{30}\right\}^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{t}{30}\right)^2 + \left(2 - \frac{t}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{90}t^2 - \frac{7}{15}t + 5} = \sqrt{\frac{1}{90}(t-21)^2 + \frac{1}{10}}$$

したがって、甲と乙が最も近づくのは 9 分後および 21 分後。……(答)

そのときの両者間の距離は、 $\frac{1}{\sqrt{10}}(km) = 100\sqrt{10}(m)$  ……(答)