

1985 年東大文 [2]

右図のように座標を設定する。座標の単位は km である。

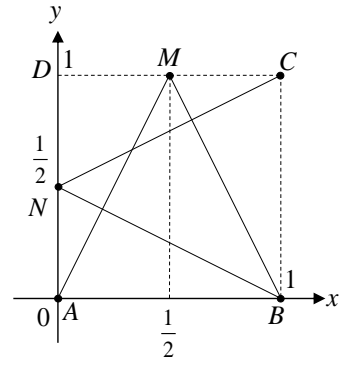
甲は 30 分後に M を経由して B に到達するから、

15 分後に $A(0, 0)$ から $M\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ まで動く。出発してから t 分後の甲の位置は、

$0 \leq t \leq 15$ のとき $\left(\frac{t}{30}, \frac{t}{15}\right)$ 、 $15 \leq t \leq 30$ のとき $\left(\frac{t}{30}, 2 - \frac{t}{15}\right)$ と表される。

同様に、出発してから t 分後の乙の位置は、

$0 \leq t \leq 15$ のとき $\left(1 - \frac{t}{15}, \frac{t}{30}\right)$ 、 $15 \leq t \leq 30$ のとき $\left(\frac{t}{15} - 1, \frac{t}{30}\right)$ と表される。



$0 \leq t \leq 15$ のとき、甲と乙の距離は

$$\sqrt{\left\{\frac{t}{30} - \left(1 - \frac{t}{15}\right)\right\}^2 + \left(\frac{t}{15} - \frac{t}{30}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{t}{10} - 1\right)^2 + \frac{t^2}{900}} = \sqrt{\frac{1}{90}t^2 - \frac{1}{5}t + 1} = \sqrt{\frac{1}{90}(t-9)^2 + \frac{1}{10}}$$

$15 \leq t \leq 30$ のとき、甲と乙の距離は

$$\sqrt{\left\{\frac{t}{30} - \left(\frac{t}{15} - 1\right)\right\}^2 + \left\{\left(2 - \frac{t}{15}\right) - \frac{t}{30}\right\}^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{t}{30}\right)^2 + \left(2 - \frac{t}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{90}t^2 - \frac{7}{15}t + 5} = \sqrt{\frac{1}{90}(t-21)^2 + \frac{1}{10}}$$

したがって、甲と乙が最も近づくのは 9 分後および 21 分後。……(答)

そのときの両者間の距離は、 $\frac{1}{\sqrt{10}}(km) = 100\sqrt{10}(m)$ ……(答)