

1988 年東大理 5

$P(1, 0, 1)$ としても一般性を失わない。

P からの光が当たっている部分とは、 V の P における接平面 α を境界に、原点 O がある側の反対側である。

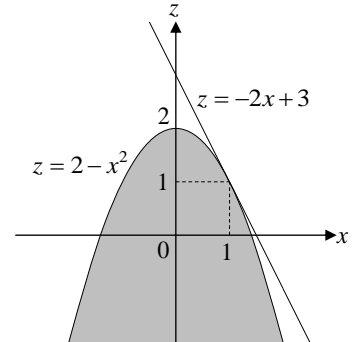
xz 平面において、 $z = 2 - x^2$ 上の点 $(1, 0, 1)$ における接線は

$$z = -2(x - 1) + 1 = -2x + 3$$

となり、 x 軸との交点は $(\frac{3}{2}, 0, 0)$ である。

対称性を考慮すれば、 V の P における接平面 α は $z = -2x + 3$ であり、

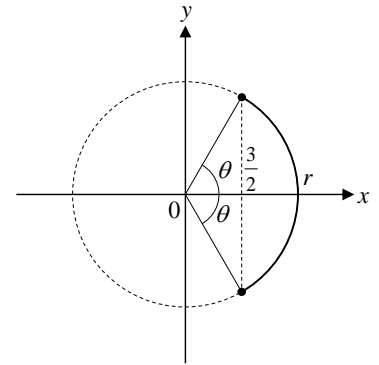
xy 平面上で P からの光が当たる範囲は $x \geq \frac{3}{2}$ である。



C の半径を r とすると、 P からの光が当たる部分は右図の通りで、

$$\therefore r \cos \theta = \frac{3}{2} \quad \text{--- ①} \quad r(2\theta) = 2\pi \quad \therefore r\theta = \pi \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①、②より} \quad r\theta \cos \theta = \pi \cos \theta = \frac{3}{2}\theta \quad \cos \theta = \frac{3}{2\pi}\theta \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{3} \quad \therefore r = 3$$



したがって、 C の影の部分の長さは $2\pi \cdot 3 - 2\pi = 4\pi$ …… (答)

※1973 年理系 1 に類題あり。