

1992 年東大文 [2]

$s \geq a$ であり、乙の出資額は $s - a$ で、乙の利潤配分額 $g(s)$ は、 $g(s) = \frac{s-a}{s} f(s)$ であるから

$$0 \leq s \leq 2 \text{ のとき } g(s) = \frac{1}{4}(s-a)(s-3)^2$$

$$g'(s) = \frac{1}{4}(s-3)^2 + \frac{1}{2}(s-a)(s-3) = \frac{1}{4}(s-3)\{(s-3) + 2(s-a)\} = \frac{3}{4}(s-3)\left(s - \frac{2a+3}{3}\right)$$

$$2 < s \text{ のとき } g(s) = \left(1 - \frac{a}{s}\right)\left(-\frac{3}{4}s + 2\right) = 2 + \frac{3}{4}a - \frac{3}{4}s - \frac{2a}{s}$$

$$g'(s) = -\frac{3}{4} + \frac{2a}{s^2} = \frac{8a - 3s^2}{4s^2} = \frac{3}{4s^2} \left(\frac{2\sqrt{6a}}{3} - s\right) \left(\frac{2\sqrt{6a}}{3} + s\right)$$

$$\frac{2a+3}{3} - a = \frac{3-a}{3}, \quad \frac{2\sqrt{6a}}{3} - a = \frac{2\sqrt{6a} - 3a}{3} = \frac{3a(8-3a)}{3(2\sqrt{6a} + 3a)} \text{ より、 } 0 \leq a \leq 2 \text{ のとき } \therefore a < \frac{2a+3}{3}, a < \frac{2\sqrt{6a}}{3}$$

$$\frac{2a+3}{3} \leq 2 \text{ のとき } 2a+3 \leq 6 \quad \therefore a \leq \frac{3}{2} \quad 2 < \frac{2\sqrt{6a}}{3} \text{ のとき } 3 < \sqrt{6a} \quad 9 < 6a \quad \therefore \frac{3}{2} < a$$

$0 \leq a \leq \frac{3}{2}$ のとき

$g(s)$ の増減は右の通りで、 $s = \frac{2a+3}{3}$ のとき極大。

s	a	...	$\frac{2a+3}{3}$...	2	...
$g'(s)$		+	0	-	0	-
$g(s)$		↗		↘		↘

$\frac{3}{2} < a \leq 2$ のとき

$g(s)$ の増減は右の通りで、 $s = \frac{2\sqrt{6a}}{3}$ のとき極大。

s	a	...	2	...	$\frac{2\sqrt{6a}}{3}$...
$g'(s)$		+	0	+	0	-
$g(s)$		↗		↗		↘

以上により、乙の利潤配分額を最大にする s は

$$0 \leq a \leq \frac{3}{2} \text{ のとき } s = \frac{2a+3}{3}, \quad \frac{3}{2} < a \leq 2 \text{ のとき } s = \frac{2\sqrt{6a}}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$