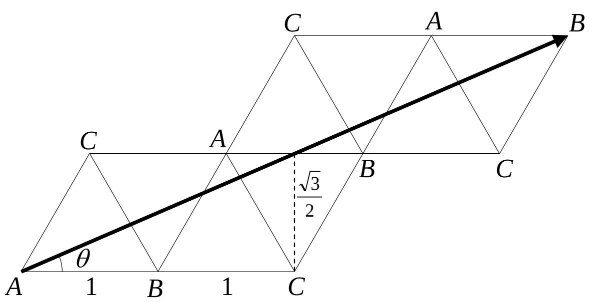
1997 年東大理 $\boxed{4}$

正三角形の一辺の長さを 1 として考えてもよい。
正三角形を無限に敷き詰めた平面を考える。ある正三角形の頂点に A, B, C と記号をつけ、各辺と対称な頂点には同じ記号をつけていく。例えば、辺 BC に関して対称な頂点は、それぞれ A である。
ある頂点 A から、辺 AB と角度 θ をなす半直線を引く。最初にいずれかの頂点にぶつかったとき、その頂点の記号が、光線が到達する頂点である。また、途中各辺と交差した回数が、反射の回数である。

(1)

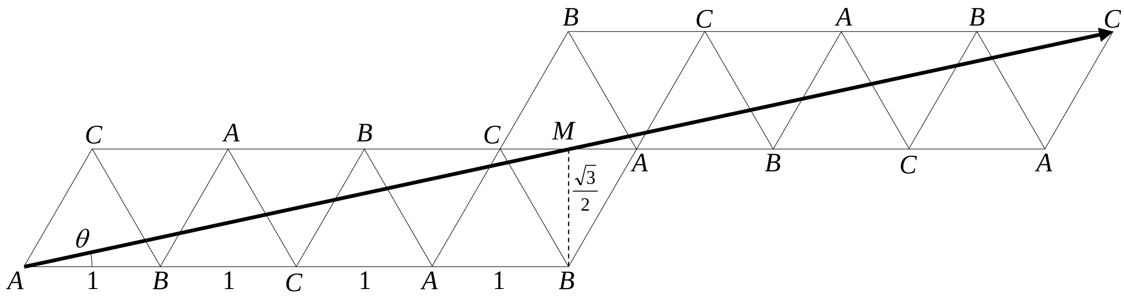
$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ のとき、右図より、光線は 7 回の反射後に、頂点 B に到達する。……(答)



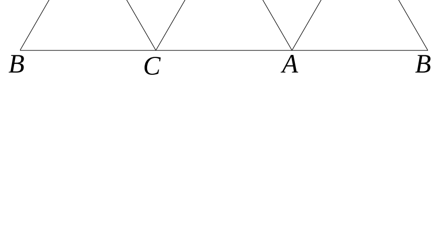
(2)

(1) と同様に考え、光線が $\tan\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{6k+2}$ で頂点 A を出発し、光線が 垂直方向に $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 移動したとき、水平方向に $3k+1$ 移動しており、光線はちょうどある辺の中点に達する。この中点を M とする。

$k=1$ のとき、下図のように、M に達するまでの反射回数は 7 回であり、M の真下の頂点は B である。
対称性より、M で反射後、7 回反射し、計 15 回反射して頂点 C に到達する。



k の値が 1 増えると、A から M に達するまでに、
反射の回数が 6 回増える。
M の真下の頂点は B のままである。
対称性から、到達する頂点も C のままであり、
反射の回数は 12 回増える。



したがって、到達する頂点は C 、反射の回数は $12k+3$ ……(答)