

2001 年東大文 [2]

(1)

$0 < t < 3$ のとき

底辺 BC の長さは $3-t$ であり、高さは t^2 であるから

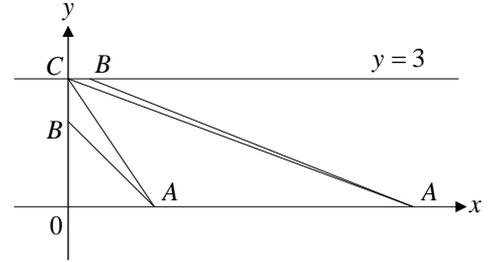
$$S(t) = \frac{1}{2} \cdot (3-t) \cdot t^2 = \frac{1}{2}(3t^2 - t^3) \quad S'(t) = \frac{1}{2}(6t - 3t^2) = \frac{3}{2}t(2-t)$$

$t=3$ のとき 点 B と点 C が一致するから $S(3)=0$

$3 < t$ のとき

底辺 BC の長さは $t-3$ であり、高さは 3 で一定であるから

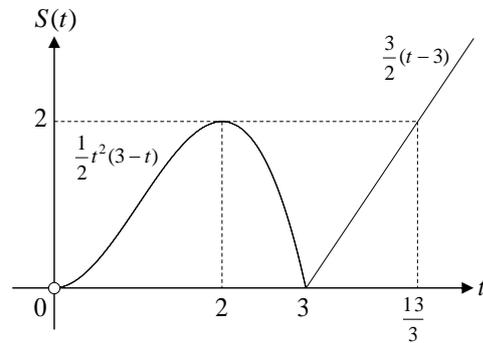
$$S(t) = \frac{1}{2} \cdot (t-3) \cdot 3 = \frac{3}{2}(t-3) \quad S'(t) = \frac{3}{2}$$



$S(t)$ の $t > 0$ における増減は、下の通り。

$S(t)$ のグラフの概形は、右図の通り。

t	0	...	2	...	3	...
$S'(t)$		+	0	-		+
$S(t)$		↗		↘		↗



(2)

(1) のグラフより

$$0 < u < 2 \text{ のとき } M(u) = S(u) = \frac{1}{2}u^2(3-u)$$

$$2 \leq u \leq \frac{13}{3} \text{ のとき } M(u) = 2$$

$$\frac{13}{3} < u \text{ のとき } M(u) = S(u) = \frac{3}{2}(u-3)$$

$M(u)$ のグラフの概形は、右図の通り。

