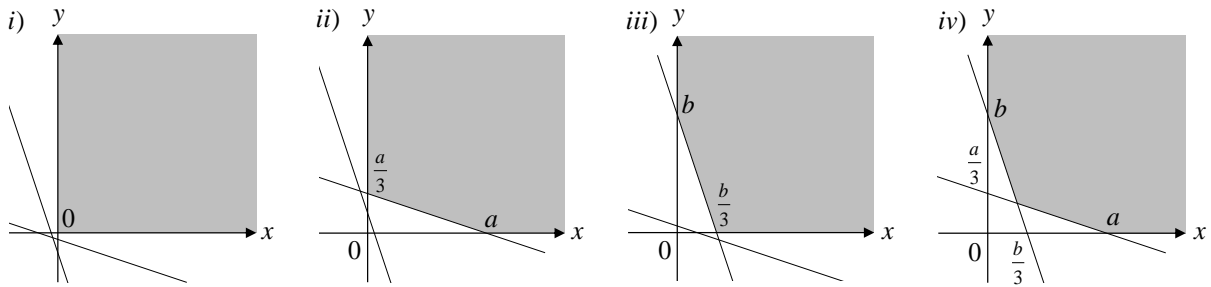


領域 D の形状は、下図の 4 通りが考えられる。境界線を含む。



i) のとき $a \leq 0, b \leq 0$ ii) のとき $a > 0$ かつ $b \leq \frac{a}{3}$ iii) のとき $b > 0$ かつ $a \leq \frac{b}{3}$

iv) のとき $a > 0, b > 0$ かつ $\frac{a}{3} < b$ かつ $\frac{b}{3} < a$

このとき、直線 $x+3y=a$ と $3x+y=b$ の交点は、 $\left(\frac{3b-a}{8}, \frac{3a-b}{8}\right)$

$x+y=k$ とおくと、 $y=-x+k$ であり、傾き -1 、切片 k の直線を表す。

i) のとき

k が最小になるのは、点 $(0, 0)$ を通るとき。

ii) のとき

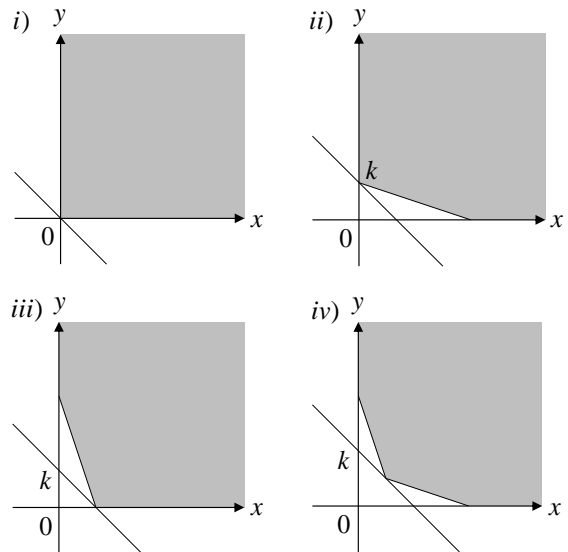
k が最小になるのは、点 $\left(0, \frac{a}{3}\right)$ を通るとき。

iii) のとき

k が最小になるのは、点 $\left(\frac{b}{3}, 0\right)$ を通るとき。

iv) のとき

k が最小になるのは、点 $\left(\frac{3b-a}{8}, \frac{3a-b}{8}\right)$ を通るとき。



以上をまとめると、求める最小値は

$a \leq 0, b \leq 0$ のとき 0 、 $a > 0, b \leq \frac{a}{3}$ のとき $\frac{a}{3}$ 、 $b > 0, 3a \leq b$ のとき $\frac{b}{3}$ 、 $a > 0, b > 0, \frac{a}{3} < b < 3a$ のとき $\frac{a+b}{4}$

……(答)