

2012 年東大文 [1]

$$\text{与式より } 3y^2 + (4x+5)y + 2x^2 + 4x - 4 = 0$$

これを y に関する二次方程式と見ると、実数解を持つ条件は

$$D = (4x+5)^2 - 12(2x^2 + 4x - 4) = 16x^2 + 40x + 25 - 24x^2 - 48x + 48 = -8x^2 - 8x + 73 \geq 0$$

$$\therefore 8x^2 + 8x - 73 \leq 0$$

$$8x^2 + 8x - 73 = 0 \text{ を解くと } x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8 \cdot 73}}{8} = \frac{-4 \pm \sqrt{600}}{8} = \frac{-2 \pm 5\sqrt{6}}{4}$$

したがって、 $\frac{-2 - 5\sqrt{6}}{4} \leq x \leq \frac{-2 + 5\sqrt{6}}{4}$ であるから、 x のとり得る最大値は $\therefore x = \frac{-2 + 5\sqrt{6}}{4}$ ……(答)