

(1)

$$\begin{cases} n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 1 \text{ のとき} & a_n = 3 \\ n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 2 \text{ のとき} & a_n = 9 \\ n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 3 \text{ のとき} & a_n = 7 \\ n \text{ が } 4 \text{ で割り切れるとき} & a_n = 1 \end{cases} \dots\dots (\text{答})$$

(2)

$3^n = (4-1)^n = (4 \text{ の倍数}) + (-1)^n$  であるから

$n$  が奇数のとき  $3^n = (4 \text{ の倍数}) - 1 = (4 \text{ の倍数}) + 3$   $n$  が偶数のとき  $3^n = (4 \text{ の倍数}) + 1$

したがって  $n$  が奇数のとき  $b_n = 3$ 、 $n$  が偶数のとき  $b_n = 1$   $\dots\dots$  (答)

(3)

$3^n$  は奇数であるから、数列  $x_n$  は、すべての  $n$  について奇数である。

$n \geq 2$  のとき、 $x_n = 3^{x_{n-1}}$  の指数  $x_{n-1}$  は奇数であるから、(2) より、 $x_n$  を 4 で割った余りは 3 である。

$n \geq 3$  のとき、 $x_n = 3^{4m+3}$  という形になるから、(1) より、 $x_n$  を 10 で割った余りは 7 である。

したがって、 $x_{10}$  を 10 で割った余りは 7  $\dots\dots$  (答)