

2019 年東大文 [4]

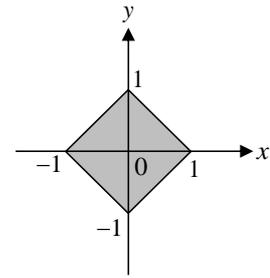
(1)

$x \geq 0, y \geq 0$  とすると  $x + y \leq 1$

これを第 1 象限に描くと、直角三角形となる。

対称性より、これを各象限に折り返すと、領域  $D$  は右図の通り。

境界線を含む。



ベクトル  $\overrightarrow{OR}$  は、領域  $D$  内の任意の 2 点を結んで得られるベクトルである。

今、 $\overrightarrow{OR} = (v, w)$  として、 $x$  成分の絶対値  $|v|$  を固定して考える。

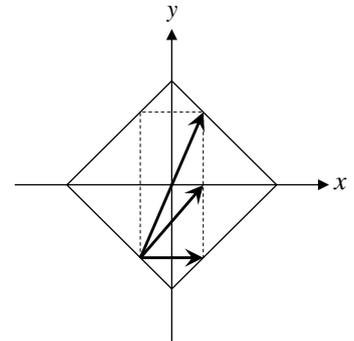
領域  $D$  の外周に内接し、 $x$  方向の 1 辺の長さが  $|v|$  である長方形を考える。

$|w|$  がとり得る最大値は、この長方形の  $y$  方向の 1 辺の長さに等しく、 $2 - |v|$  である。これより

$$0 \leq |v| \leq 2, 0 \leq |w| \leq 2 - |v| \quad \therefore |v| + |w| \leq 2$$

領域  $E$  は、 $|x| + |y| \leq 2$  で与えられるので、右図の通り。

境界線を含む。



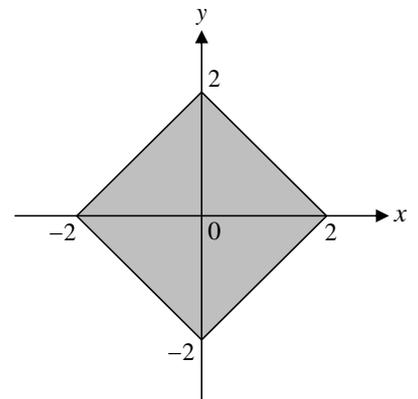
(2)

領域  $G$  は、領域  $E$  を平行移動したものであり、形状は同じである。

ベクトル  $\overrightarrow{OU}$  は、領域  $G$  内の任意の 2 点を結んで得られるベクトルである。

上記と同様の議論により、 $a, b$  の値に関わらず、領域  $G$  は領域  $E$  に一致する。

(証明終)



※この程度の論証で大丈夫だろうか？