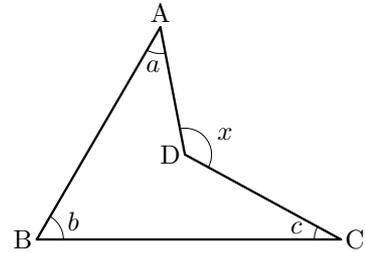


凹四角形の角

右の図で、 $\angle A = \angle a$, $\angle B = \angle b$, $\angle C = \angle c$, $\angle ADC = \angle x$ とするとき

$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$

が成り立つ。



証明 1

右の図のように半直線 BD をひき、その延長上に点 E をとる。

$\triangle ABD$ において、1つの外角は、その隣にない2つの内角の和に等しいので

$$\angle ADE = \angle a + \angle ABD \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle CBD$ において、同様に

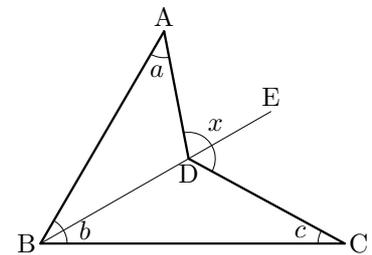
$$\angle CDE = \angle c + \angle CBD \cdots \textcircled{2}$$

① + ② より

$$\angle ADE + \angle CDE = \angle a + \angle c + \angle ABD + \angle CBD$$

ここで、 $\angle ADE + \angle CDE = \angle ADC = \angle x$, $\angle ABD + \angle CBD = \angle ABC = \angle b$ であるから

$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$



証明 2

右の図のように辺 AD の延長と辺 BC との交点を E をする。

$\triangle ABE$ において、1つの外角は、その隣にない2つの内角の和に等しいので

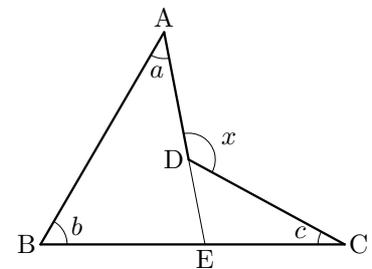
$$\angle DEC = \angle a + \angle b \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle DEC$ において、同様に

$$\angle x = \angle DEC + \angle c \cdots \textcircled{2}$$

① を ② に代入して

$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$



証明 3

右の図のように点 A と点 C を結ぶ。

$\triangle ADC$ の内角の和が 180° であることから

$$\angle x = 180^\circ - (\angle DAC + \angle DCA) \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ の内角の和が 180° であることから

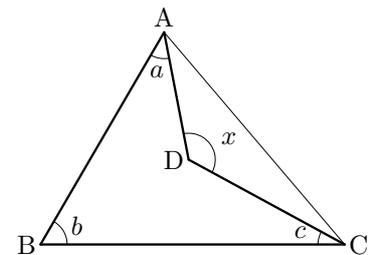
$$(\angle a + \angle DAC) + \angle b + (\angle c + \angle DCA) = 180^\circ$$

これより、 $\angle DAC + \angle DCA = 180^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c) \cdots \textcircled{2}$

② を ① に代入して

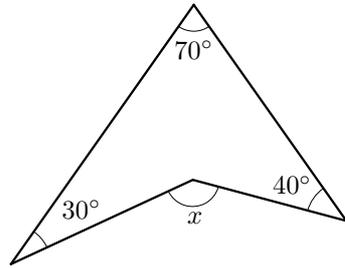
$$\angle x = 180^\circ - \{180^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c)\}$$

$$= \angle a + \angle b + \angle c$$



【例題】 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

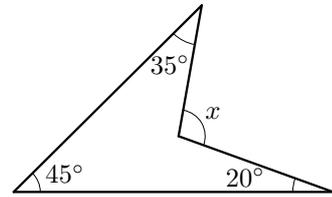
(1)



【解答】

$$\begin{aligned}\angle x &= 70^\circ + 30^\circ + 40^\circ \\ &= 140^\circ\end{aligned}$$

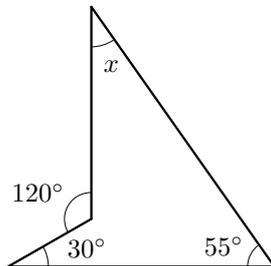
(2)



【解答】

$$\begin{aligned}\angle x &= 45^\circ + 20^\circ + 35^\circ \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$

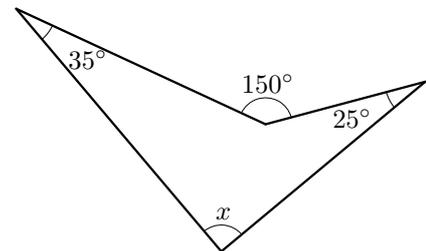
(3)



【解答】

$$\begin{aligned}\angle x + 55^\circ + 30^\circ &= 120^\circ \text{ より} \\ \angle x &= 120^\circ - (55^\circ + 30^\circ) \\ &= 120^\circ - 85^\circ = 35^\circ\end{aligned}$$

(4)



【解答】

$$\begin{aligned}\angle x + 25^\circ + 35^\circ &= 150^\circ \text{ より} \\ \angle x &= 150^\circ - (25^\circ + 35^\circ) \\ &= 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

この内容に関しては、上の例題のような角度を求める問題だけでなく、 $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$ という結果を導く過程を説明、または証明させる問題が出題されることもあります。

できれば前ページの証明も理解しておいた方がよいでしょう。