4章　指数関数と対数関数

§2　対数関数　(p.43〜p.49)

BASIC

220 (1) $\log_2 128 = m$ とおくと

$2^m = 128$

$2^m = 2^7$

よって，$m = 7$ であるから，与式 $= \mathbf{7}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_2 2^7\\ &= 7\log_2 2\\ &= 7\cdot 1 = \mathbf{7}\end{aligned}$$

(2) $\log_{\frac{1}{4}} 1 = m$ とおくと

$\left(\frac{1}{4}\right)^m = 1$

$\left(\frac{1}{4}\right)^m = \left(\frac{1}{4}\right)^0$

よって，$m = 0$ であるから，与式 $= \mathbf{0}$

(3) $\log_{0.1} 0.001 = m$ とおくと

$0.1^m = 0.001$

$0.1^m = 0.1^3$

よって，$m = 3$ であるから，与式 $= \mathbf{3}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_{0.1}(0.1)^3\\ &= 3\log_{0.1} 0.1\\ &= 3\cdot 1 = \mathbf{3}\end{aligned}$$

(4) $\log_3 \frac{1}{81} = m$ とおくと

$3^m = \frac{1}{81}$

$3^m = \frac{1}{3^4}$

$3^m = 3^{-4}$

よって，$m = -4$ であるから，与式 $= \mathbf{-4}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_3 \frac{1}{3^4}\\ &= \log_3 3^{-4}\\ &= -4\log_3 3\\ &= -4\cdot 1 = \mathbf{-4}\end{aligned}$$

(5) $\log_2 0.25 = m$ とおくと

$2^m = 0.25$

$2^m = \frac{1}{4}$

$2^m = \frac{1}{2^2}$

$2^m = 2^{-2}$

よって，$m = -2$ であるから，与式 $= \mathbf{-2}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_2 \frac{25}{100}\\ &= \log_2 \frac{1}{4}\\ &= \log_2 \frac{1}{2^2}\\ &= \log_2 2^{-2}\\ &= -2\log_2 2\\ &= -2\cdot 1 = \mathbf{-2}\end{aligned}$$

(6) $\log_{16} 2 = m$ とおくと

$16^m = 2$

$(2^4)^m = 2^1$

$2^{4m} = 2^1$

よって，$4m = 1$ であるから，与式 $= \mathbf{\frac{1}{4}}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_{16} \sqrt[4]{16}\\ &= \log_{16} 16^{\frac{1}{4}}\\ &= \frac{1}{4}\log_{16} 16\\ &= \frac{1}{4}\cdot 1 = \mathbf{\frac{1}{4}}\end{aligned}$$

または，底の変換を学習した後であれば

$$\begin{aligned}与式 &= \frac{\log_2 2}{\log_2 16}\\ &= \frac{1}{\log_2 2^4}\\ &= \frac{1}{4\log_2 2}\\ &= \frac{1}{4\cdot 1} = \mathbf{\frac{1}{4}}\end{aligned}$$

(7) $\log_7 \sqrt[5]{7} = m$ とおくと

$7^m = \sqrt[5]{7}$

$7^m = 7^{\frac{1}{5}}$

よって，$m = \frac{1}{5}$ であるから，与式 $= \mathbf{\frac{1}{5}}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_7 7^{\frac{1}{5}}\\ &= \frac{1}{5}\log_7 7\\ &= \frac{1}{5}\cdot 1 = \mathbf{\frac{1}{5}}\end{aligned}$$

(8) $\log_2 \sqrt[5]{2^3} = m$ とおくと

$2^m = \sqrt[5]{2^3}$

$2^m = 7^{\frac{3}{5}}$

よって，$m = \frac{3}{5}$ であるから，与式 $= \mathbf{\frac{3}{5}}$

〔別解〕

$$\begin{aligned}与式 &= \log_2 2^{\frac{3}{5}}\\ &= \frac{3}{5}\log_2 2\\ &= \frac{3}{5}\cdot 1 = \mathbf{\frac{3}{5}}\end{aligned}$$

221 (1)

$$\begin{aligned}与式 &= \log_3\left(6\cdot\frac{3}{2}\right)\\ &= \log_3 3^2\\ &= 2\log_3 3\\ &= 2\cdot 1 = \mathbf{2}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}与式 &= \log_2 \frac{12}{6}\\ &= \log_2 2 = \mathbf{1}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}与式 &= \log_{10}\left(\frac{75}{13}\div\frac{15}{26}\right)\\ &= \log_{10}\left(\frac{75}{13}\cdot\frac{26}{15}\right)\\ &= \log_{10} 10 = \mathbf{1}\end{aligned}$$

（4）　与式 $= \log_2 \dfrac{56}{7}$

$= \log_2 8$

$= \log_2 2^3$

$= 3\log_2 2$

$= 3 \cdot 1 = \mathbf{3}$

（5）　与式 $= \log_2 54 - \log_2 12^3$

$= \log_2 \dfrac{54}{12^3}$

$= \log_2 \dfrac{2 \times 3^3}{(2^2 \times 3)^3}$

$= \log_2 \dfrac{2 \times 3^3}{2^6 \times 3^3}$

$= \log_2 \dfrac{1}{2^5}$

$= \log_2 2^{-5}$

$= -5\log_2 2$

$= -5 \cdot 1 = \mathbf{-5}$

（6）　与式 $= \log_4(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})$

$= \log_4(7-5)$

$= \log_4 2$

$= \log_4 \sqrt{4}$

$= \log_4 4^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{2}\log_4 4$

$= \dfrac{1}{2} \cdot 1 = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

222　（1）　左辺 $= \log_a \dfrac{1}{N^{\frac{1}{3}}}$

$= \log_a N^{-\frac{1}{3}}$

$= -\dfrac{1}{3}\log_a N =$ 右辺

（2）　左辺 $= \log_a M^{\frac{m}{n}}$

$= \dfrac{m}{n}\log_a M =$ 右辺

（3）　左辺 $= \log_a(LM \cdot MN \cdot NL)$

$= \log_a L^2M^2N^2$

$= \log_a(LMN)^2$

$= 2\log_a LMN =$ 右辺

223　（1）　与式 $= \log_5 \sqrt{2} + \log_5(\sqrt{8})^3$

$= \log_5 \sqrt{2} + \log_5 8\sqrt{8}$

$= \log_5 \sqrt{2} + \log_5 16\sqrt{2}$

$= \log_5(\sqrt{2} \cdot 16\sqrt{2})$

$= \log_5 32$

$= \log_5 2^5 = \mathbf{5\log_5 2}$

（2）　与式 $= \log_2 12^2 - 4\log_2 2$

$= \log_2(2^2 \times 3)^2 - \log_2 2^4$

$= \log_2 \dfrac{2^4 \times 3^2}{2^4}$

$= \log_2 3^2 = \mathbf{2\log_2 3}$

（3）　与式 $= \log_4 \dfrac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{15}}$

$= \log_4 \sqrt{\dfrac{(2 \times 3) \cdot (2 \times 5)}{3 \times 5}}$

$= \log_4 \sqrt{2^2}$

$= \log_4 \sqrt{4}$

$= \log_4 4^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{2}\log_4 4 = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

（4）　与式 $= \log_{10} 15^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8^{\frac{1}{3}} - \log_{10} 36^{\frac{1}{4}}$

$= \log_{10} \dfrac{(3 \times 5)^{\frac{1}{2}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}}}{(2^2 \times 3^2)^{\frac{1}{4}}}$

$= \log_{10} \dfrac{3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} \times 2}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_{10} 5^{\frac{1}{2}} \times 2^{1-\frac{1}{2}}$

$= \log_{10} 5^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}$

$= \log_{10}(5 \times 2)^{\frac{1}{2}}$

$= \log_{10} 10^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{2}\log_{10} 10 = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

（5）　与式 $= \log_3 5^{\frac{1}{2}} + \log_3 6^{\frac{3}{2}} - \log_3 30^{\frac{1}{2}}$

$= \log_3 \dfrac{5^{\frac{1}{2}} \times (2 \times 3)^{\frac{3}{2}}}{(2 \times 3 \times 5)^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_3 \dfrac{5^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_3 2^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}$

$= \log_3 2 \cdot 3 = \mathbf{\log_3 6}$

224　（1）　左辺 $= \log_a b \cdot \dfrac{\log_a c}{\log_a b} \cdot \dfrac{\log_a d}{\log_a c}$

$= \log_a d =$ 右辺

（2）　左辺 $= \dfrac{1}{\dfrac{\log_a a}{\log_a ab}}$

$= \dfrac{\log_a ab}{\log_a a}$

$= \dfrac{\log_a ab}{1}$

$= \log_a ab$

$= \log_a a + \log_a b$

$= 1 + \log_a b =$ 右辺

（3）※ 証明のために，まず次の 2 つを示しておきます．

$a > 0,\ b > 0,\ a \fallingdotseq 1,\ b \fallingdotseq 1$ とする．

①　$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

②　$a^{\log_a b} = b$

① について

底の変換公式により

$\log_a b = \dfrac{\log_b b}{\log_b a}$

$= \dfrac{1}{\log_b a}$

② について

$a^{\log_a b} = m$ とおき，これを対数を用いて表すと

$\log_a b = \log_a m$

よって，$m = b$ であるから，$a^{\log_a b} = b$

〔証明〕

$$\text{左辺} = a^{\frac{\log_a b}{\log_a c}}$$
$$= a^{\log_a b \cdot \frac{1}{\log_a c}}$$
$$= a^{\log_a b \cdot \log_c a} \quad \text{①より}$$
$$= (a^{\log_a b})^{\log_c a}$$
$$= b^{\log_c a} \quad \text{②より}$$
$$= \text{右辺}$$

225（1）

$$\text{与式} = \log_8 27 \cdot \frac{\log_8 4}{\log_8 3}$$
$$= \log_8 3^3 \cdot \frac{\log_8 2^2}{\log_8 3}$$
$$= 3\log_8 3 \cdot \frac{2\log_8 2}{\log_8 3}$$
$$= 6\log_8 2$$
$$= 6\log_8 8^{\frac{1}{3}}$$
$$= 6 \cdot \frac{1}{3}\log_8 8 = \mathbf{2}$$

（2）

$$\text{与式} = \log_3 4 \cdot \frac{\log_3 125}{\log_3 8} \cdot \frac{\log_3 9}{\log_3 5}$$
$$= \log_3 2^2 \cdot \frac{\log_3 5^3}{\log_3 2^3} \cdot \frac{\log_3 3^2}{\log_3 5}$$
$$= 2\log_3 2 \cdot \frac{3\log_3 5}{3\log_3 2} \cdot \frac{2\log_3 3}{\log_3 5} = \mathbf{4}$$

（3）

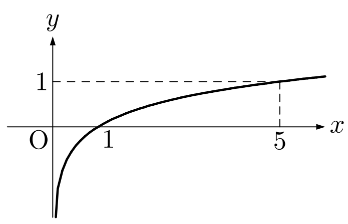
$$\text{与式} = (\log_2 1 - \log_2 3) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 27}{\log_2 9}$$
$$= -\log_2 3 \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 3^3}{\log_2 3^2}$$
$$= -\log_2 3 \cdot \frac{3\log_2 2}{\log_2 3} \cdot \frac{3\log_2 3}{2\log_2 3} = \mathbf{-\frac{9}{2}}$$

226（1）

$x = 1$ のとき，$y = 0$

$x = 5$ のとき，$y = \log_5 5 = 1$

グラフは，y 軸を漸近線とし，2 点 $(1,\ 0), (5,\ 1)$ を通る単調に増加する曲線となる．

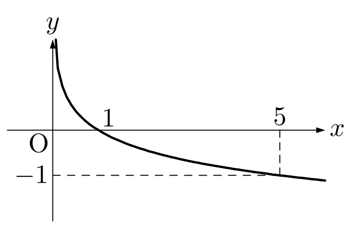


（2）

$x = 1$ のとき，$y = 0$

$x = 5$ のとき，$y = \log_{\frac{1}{5}} 5 = -1$

グラフは，y 軸を漸近線とし，2 点 $(1,\ 0), (5,\ -1)$ を通る単調に減少する曲線となる．

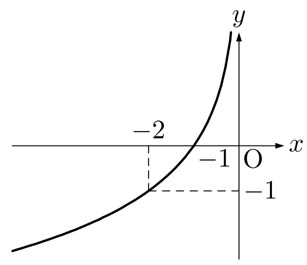


（3）　この関数のグラフは，$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフを y 軸について対称移動したものである．

$x = -1$ のとき，$y = 0$

$x = -2$ のとき，$y = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$

グラフは，y 軸を漸近線とし，2 点 $(-1,\ 0), (-2,\ -1)$ を通る単調に増加する曲線となる．

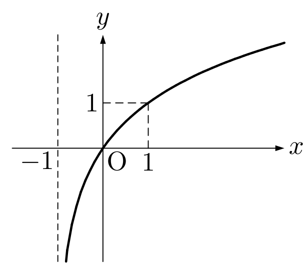


（4）　この関数のグラフは，$y = \log_2 x$ のグラフを x 軸方向に -1 平行移動したものである．

$x = 0$ のとき，$y = 0$

$x = 1$ のとき，$y = \log_2(1+1) = 1$

グラフは，$y = -1$ を漸近線とし，2 点 $(0,\ 0), (1,\ 1)$ を通る単調に増加する曲線となる．

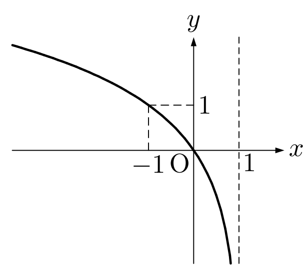


（5）　$y = \log_2\{-(x-1)\}$ であるから，この関数のグラフは，$y = \log_2(-x)$ のグラフを x 軸方向に 1 平行移動したものである．

$x = 0$ のとき，$y = 0$

$x = -1$ のとき，$y = \log_2\{-(-1-1)\} = 1$

グラフは，$y = 1$ を漸近線とし，2 点 $(0,\ 0), (-1,\ 1)$ を通る単調に減少する曲線となる．



（6）

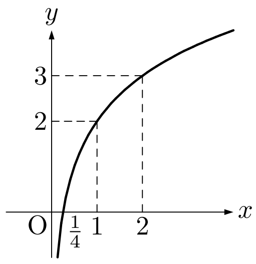
$$y = \log_2 4 + \log_2 x$$
$$= \log_2 2^2 + \log_2 x$$
$$= 2\log_2 2 + \log_2 x$$
$$= \log_2 x + 2$$

よって，この関数のグラフは，$y = \log_2 x$ のグラフを y 軸方向に 2 平行移動したものである．

$x = 1$ のとき，$y = 2$

$x = 2$ のとき，$y = \log_2 2 + 1 = 3$

グラフは，y 軸を漸近線とし，2 点 $(1,\ 2), (2,\ 3)$ を通る単調に増加する曲線となる．



※　$y=0$ のとき，$4x=1$ より，$x=\dfrac{1}{4}$

227（1）　$\dfrac{1}{125}=\dfrac{1}{5^3}=5^{-3}$

$25\sqrt[3]{5}=5^2\cdot 5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{7}{3}}$

であるから，定義域は

$5^{-3}\leqq x<5^{\frac{7}{3}}$

$y=\log_5 x$ は単調に増加するので

$\log_5 5^{-3}\leqq \log_5 x<\log_5 5^{\frac{7}{3}}$

すなわち

$\log_5 5^{-3}\leqq y<\log_5 5^{\frac{7}{3}}$

$-3\log_5 5\leqq y<\dfrac{7}{3}\log_5 5$

よって，$\boldsymbol{-3\leqq y<\dfrac{7}{3}}$

（2）　$\dfrac{1}{\sqrt{27}}=\dfrac{1}{(3^3)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{3^{\frac{3}{2}}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$

$\sqrt[4]{27}=(3^3)^{\frac{1}{4}}=3^{\frac{3}{4}}=(3^{-1})^{-\frac{3}{4}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

であるから，定義域は

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}<x<\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

$y=\log_{\frac{1}{3}} x$ は単調に減少するので

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}>\log_{\frac{1}{3}} x>\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

すなわち

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}>y>\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

$\dfrac{3}{2}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{3}>y>-\dfrac{3}{4}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{3}$

よって，$\boldsymbol{-\dfrac{3}{4}<y<\dfrac{3}{2}}$

228（1）

$\log_7 2\sqrt{6}$	$\log_7 5$	$\log_7 \sqrt{20}$
↓	↓	↓
$\log_7 \sqrt{24}$	$\log_7 \sqrt{25}$	$\log_7 \sqrt{20}$

$y=\log_7 x$ は，単調に増加するので

$\log_7\sqrt{20}<\log_7\sqrt{24}<\log_7\sqrt{25}$

よって

$\boldsymbol{\log_7\sqrt{20}<\log_7 2\sqrt{6}<\log_7 5}$

（2）

$\log_{\frac{1}{5}} 0.3$	$\log_{\frac{1}{5}} \dfrac{1}{4}$	$\log_{\frac{1}{5}} \dfrac{2}{7}$
↓	↓	↓
$\log_{\frac{1}{5}} 0.3$	$\log_{\frac{1}{5}} 0.25$	$\log_{\frac{1}{5}} 0.285\cdots$

$y=\log_{\frac{1}{5}} x$ は，単調に減少するので

$\log_{\frac{1}{5}} 0.3<\log_{\frac{1}{5}} 0.285\cdots<\log_{\frac{1}{5}} 0.25$

よって

$\boldsymbol{\log_{\frac{1}{5}} 0.3<\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{2}{7}<\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{1}{4}}$

229（1）　真数条件より，$x>0\cdots$①

$\log_4 x^2=1$

対数の定義より

$x^2=4^1=4$

$x=\pm 2$

①より，$\boldsymbol{x=2}$

〔別解〕

真数条件より，$x>0\cdots$①

$\log_4 x^2=1\log_4 4$

$\log_4 x^2=\log_4 4$

よって

$x^2=4$

$x=\pm 2$

①より，$\boldsymbol{x=2}$

（2）　真数条件より，$\begin{cases} x-1>0 & \cdots① \\ x>0 & \cdots② \end{cases}$

① より，$x>1$

よって，$x>1\cdots$③

$\log_2(x-1)x=1$

対数の定義より

$(x-1)x=2^1=2$

$x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

$x=-1,\ 2$

③より，$\boldsymbol{x=2}$

〔別解〕

真数条件より，$\begin{cases} x-1>0 & \cdots① \\ x>0 & \cdots② \end{cases}$

① より，$x>1$

よって，$x>1\cdots$③

$\log_2(x-1)x=1\log_2 2$

$\log_2(x-1)x=\log_2 2$

よって

$(x-1)x=2$

$x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

$x=-1,\ 2$

③より，$\boldsymbol{x=2}$

（3）　真数条件より，$\begin{cases} 4x-7>0 & \cdots① \\ x+1>0 & \cdots② \end{cases}$

① より，$x>\dfrac{7}{4}$

② より，$x>-1$

よって，$x>\dfrac{7}{4}\cdots$③

$\log_3\dfrac{4x-7}{x+1}=-1$

対数の定義より

$\dfrac{4x-7}{x+1}=3^{-1}=\dfrac{1}{3}$

$3(4x-7)=x+1$

$12x-21=x+1$

$11x=22$

$x=2$

これは，③を満たすので，$\boldsymbol{x=2}$

〔別解〕

真数条件より，$\begin{cases} 4x-7>0 & \cdots ① \\ x+1>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x > \dfrac{7}{4}$

② より，$x > -1$

よって，$x > \dfrac{7}{4} \cdots ③$

$\log_3 \dfrac{4x-7}{x+1} = -\log_3 3$

$\log_3 \dfrac{4x-7}{x+1} = \log_3 3^{-1}$

$\log_3 \dfrac{4x-7}{x+1} = \log_3 \dfrac{1}{3}$

よって

$\dfrac{4x-7}{x+1} = \dfrac{1}{3}$

$3(4x-7) = x+1$

$12x - 21 = x + 1$

$11x = 22$

$x = 2$

これは，①を満たすので，$\boldsymbol{x = 2}$

（4）　真数条件より，$\begin{cases} x-1>0 & \cdots ① \\ x-2>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x > 1$

② より，$x > 2$

よって，$x > 2 \cdots ③$

$\log_{0.5}(x-1)(x-2) = -1$

対数の定義より

$(x-1)(x-2) = 0.5^{-1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

$x^2 - 3x + 2 = 2$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$x = 0,\ 3$

③より，$\boldsymbol{x = 3}$

〔別解〕

真数条件より，$\begin{cases} x-1>0 & \cdots ① \\ x-2>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x > 1$

② より，$x > 2$

よって，$x > 2 \cdots ③$

$\log_{0.5}(x-1)(x-2) = -\log_{0.5} 0.5$

$\log_{0.5}(x-1)(x-2) = \log_{0.5} 0.5^{-1}$

$\log_{0.5}(x-1)(x-2) = \log_{0.5} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$

$\log_{0.5}(x-1)(x-2) = \log_{0.5} 2$

よって

$(x-1)(x-2) = 2$

$x^2 - 3x + 2 = 2$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$x = 0,\ 3$

③より，$\boldsymbol{x = 3}$

230　（1）　真数条件より，$x+1>0$ すなわち，$x > -1 \cdots ①$

$\log_3(x+1) > 2\log_3 3$

$\log_3(x+1) > \log_3 3^2$

$\log_3(x+1) > \log_3 9$

底が 1 より大きいので

$x + 1 > 9$

$x > 8$

これと①より，$\boldsymbol{x > 8}$

（2）　真数条件より，$x-1>0$ すなわち，$x > 1 \cdots ①$

$\log_2(x-1) < 3\log_2 2$

$\log_2(x-1) < \log_2 2^3$

$\log_2(x-1) < \log_2 8$

底が 1 より大きいので

$x - 1 < 8$

$x < 9$

これと①より，$\boldsymbol{1 < x < 9}$

（3）　真数条件より，$2x-1>0$ すなわち，$x > \dfrac{1}{2} \cdots ①$

$0\log_2 2 < \log_2(2x-1) < 1\log_2 2$

$\log_2 2^0 < \log_2(2x-1) < \log_2 2^1$

$\log_2 1 < \log_2(2x-1) < \log_2 2$

底が 1 より大きいので

$1 < 2x - 1 < 2$

$2 < 2x < 3$

$1 < x < \dfrac{3}{2}$

これと①より，$\boldsymbol{1 < x < \dfrac{3}{2}}$

（4）　真数条件より，$\begin{cases} x^2-1>0 & \cdots ① \\ x+1>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より

$(x+1)(x-1) > 0$

$x < -1,\ 1 < x$

② より，$x > -1$

よって，$x > 1 \cdots ③$

$\log_{10}(x^2-1) < \log_{10} 10 + \log_{10}(x+1)$

$\log_{10}(x^2-1) < \log_{10} 10(x+1)$

底が 1 より大きいので

$x^2 - 1 < 10(x+1)$

$x^2 - 10x - 11 < 0$

$(x+1)(x-11) < 0$

$-1 < x < 11$

これと③より，$\boldsymbol{1 < x < 11}$

231　（1）与式 $= \log_{10} \dfrac{2}{10}$

$= \log_{10} 2 - \log_{10} 10$

$= 0.3010 - 1$

$\boldsymbol{= -0.6990}$

（2）与式 $= \log_{10} 2^3 \cdot 3$

$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3$

$= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 3$

$= 3 \cdot 0.3010 + 0.4771$

$\boldsymbol{= 1.3801}$

（3）与式 $= \dfrac{\log_{10} 9}{\log_{10} 2}$

$= \dfrac{\log_{10} 3^2}{\log_{10} 2}$

$= \dfrac{2\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$

$= \dfrac{2 \cdot 0.4771}{0.3010}$

$= \mathbf{3.1701}$

232 （1）両辺の常用対数をとると，

$\log_{10} 10^n \leqq \log_{10} 5^{10}$

すなわち，

$n \leqq 10\log_{10} 5$

対数表より，$\log_{10} 5 = 0.6990$ であるから

$n \leqq 10 \cdot 0.6990$

$= 6.990$

したがって，これを満たす最大の自然数 n は 6 である。

よって，$\boldsymbol{n = 6}$

（2）両辺の常用対数をとると，

$\log_{10} 10^{-n} \geqq \log_{10} 3^{-20}$

すなわち，

$-n \geqq -20\log_{10} 3$

$n \leqq 20\log_{10} 3$

対数表より，$\log_{10} 3 = 0.4771$ であるから

$n \leqq 20 \cdot 0.4771$

$= 9.542$

したがって，これを満たす最大の自然数 n は 9 である。

よって，$\boldsymbol{n = 9}$

233 n 時間後に最初の量の 100 倍を越えるとすると，

$1.5^n > 100$

すなわち，

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^n > 100$

この不等式の両辺の常用対数をとると

$\log_{10}\left(\dfrac{3}{2}\right)^n > \log_{10} 10^2$

$n(\log_{10} 3 - \log_{10} 2) > 2$

$n > \dfrac{2}{\log_{10} 3 - \log_{10} 2}$

$= \dfrac{2}{0.4771 - 0.3010}$

$= \dfrac{2}{0.1761}$

$= 11.357\cdots$

したがって，これを満たす最小の自然数 n は 12 である。

よって，**12 時間後**

CHECK

234 （1） 対数の定義より，$x = 5^3 = \mathbf{125}$

〔別解〕

$\log_5 x = 3\log_5 5$

$\log_5 x = \log_5 5^3$

$\log_5 x = \log_5 125$

よって，$\boldsymbol{x = 125}$

（2） 対数の定義より，$x = 10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \mathbf{\dfrac{1}{100}}$

〔別解〕

$\log_{10} x = -2\log_{10} 10$

$\log_{10} x = \log_{10} 10^{-2}$

$\log_{10} x = \log_{10} \dfrac{1}{10^2}$

$\log_{10} x = \log_{10} \dfrac{1}{100}$

よって，$\boldsymbol{x = \dfrac{1}{100}}$

（3） 対数の定義より，$x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{5}$

$(x^{-\frac{1}{2}})^{-2} = (5^{-1})^{-2}$

$x = 5^2 = \mathbf{25}$

〔別解〕

$\log_x \dfrac{1}{5} = -\dfrac{1}{2}\log_x x$

$-2\log_x \dfrac{1}{5} = \log_x x$

$\log_x (5^{-1})^{-2} = \log_x x$

$\log_x 5^2 = \log_x x$

$\log_x 25 = \log_x x$

よって，$\boldsymbol{x = 25}$

（4） 対数の定義より，$x^{-\frac{4}{3}} = \dfrac{1}{16}$

$(x^{-\frac{4}{3}})^{-\frac{3}{4}} = (16^{-1})^{-\frac{3}{4}}$

$x = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = \mathbf{8}$

〔別解〕

$\log_x \dfrac{1}{16} = -\dfrac{4}{3}\log_x x$

$-\dfrac{3}{4}\log_x \dfrac{1}{16} = \log_x x$

$\log_x (16^{-1})^{-\frac{3}{4}} = \log_x x$

$\log_x (16^{-1})^{-\frac{3}{4}} = \log_x x$

$\log_x 16^{\frac{3}{4}} = \log_x x$

$\log_x (2^4)^{\frac{3}{4}} = \log_x x$

$\log_x 2^3 = \log_x x$

$\log_x 8 = \log_x x$

よって，$\boldsymbol{x = 8}$

235 （1） 与式 $= \log_6(72 \cdot 108)$

$= \log_6(2^3 \times 3^2 \cdot 2^2 \times 3^3)$

$= \log_6(2^5 \times 3^5)$

$= \log_6(2 \times 3)^5$

$= 5\log_6 6$

$= 5 \cdot 1 = \mathbf{5}$

（2） 与式 $= \log_3 \dfrac{486}{6}$

$= \log_3 81$

$= \log_3 3^4$

$= 4\log_3 3$

$= 4 \cdot 1 = \mathbf{4}$

（3）　与式 $= \log_2 288 - \log_2 6^2$

$= \log_2 \dfrac{288}{36}$

$= \log_2 8$

$= \log_2 2^3$

$= 3\log_2 2$

$= 3\cdot 1 = \mathbf{3}$

236（1）　与式 $= \log_2(\sqrt{10})^3 + \log_2 \dfrac{4}{5\sqrt{5}}$

$= \log_2 10\sqrt{10} \times \dfrac{4}{5\sqrt{5}}$

$= \log_2 \dfrac{10\sqrt{10}\times 4}{5\sqrt{5}}$

$= \log_2 8\sqrt{2}$

$= \log_2 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

$= \log_2 2^{\frac{7}{2}}$

$= \dfrac{7}{2}\log_2 2$

$= \dfrac{7}{2}\cdot 1 = \mathbf{\dfrac{7}{2}}$

（2）　与式 $= \log_3 \dfrac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{90}}{\sqrt{20}}$

$= \log_3 \sqrt{\dfrac{6\cdot 90}{20}}$

$= \log_3 \sqrt{27}$

$= \log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}}$

$= \log_3 3^{\frac{3}{2}}$

$= \dfrac{3}{2}\log_3 3$

$= \dfrac{3}{2}\cdot 1 = \mathbf{\dfrac{3}{2}}$

（3）　与式 $= \log_5 15^{\frac{1}{2}} + \log_5 25^{\frac{1}{3}} - \log_5 3^{\frac{1}{2}}$

$= \log_5 \dfrac{(3\cdot 5)^{\frac{1}{2}}\times(5^2)^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_5 \dfrac{3^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_5 5^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$

$= \log_5 5^{\frac{7}{6}}$

$= \dfrac{7}{6}\log_5 5$

$= \dfrac{7}{6}\cdot 1 = \mathbf{\dfrac{7}{6}}$

237（1）　与式 $= \dfrac{\log_5 \sqrt[4]{125}}{\log_5 \sqrt{5}}$

$= \dfrac{\log_5 125^{\frac{1}{4}}}{\log_5 5^{\frac{1}{2}}}$

$= \dfrac{\log_5 (5^3)^{\frac{1}{4}}}{\dfrac{1}{2}\log_5 5}$

$= \dfrac{\log_5 5^{\frac{3}{4}}}{\dfrac{1}{2}\cdot 1}$

$= 2\cdot\dfrac{3}{4}\log_5 5$

$= \dfrac{3}{2}\cdot 1 = \mathbf{\dfrac{3}{2}}$

（2）　与式 $= (\log_2 1 - \log_2 3)\cdot\dfrac{\log_2 4}{\log_2 3}$

$= (0 - \log_2 3)\cdot\dfrac{\log_2 2^2}{\log_2 3}$

$= -\log_2 3\cdot\dfrac{2\log_2 2}{\log_2 3}$

$= -2\log_2 2$

$= -2\cdot 1 = \mathbf{-2}$

（3）　与式 $= \dfrac{\log_5 3}{\log_5 \sqrt{5}}\cdot\dfrac{\log_5 25}{\log_5 27}$

$= \dfrac{\log_5 3}{\log_5 5^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{\log_5 5^2}{\log_5 3^3}$

$= \dfrac{\log_5 3}{\dfrac{1}{2}\log_5 5}\cdot\dfrac{2\log_5 5}{3\log_5 3}$

$= \dfrac{2}{\dfrac{3}{2}} = \mathbf{\dfrac{4}{3}}$

（4）　与式

$= \dfrac{\log_2 7}{\log_2 8}\cdot\dfrac{\log_2 6}{\log_2 7}\cdot\dfrac{\log_2 5}{\log_2 6}\cdot\dfrac{\log_2 4}{\log_2 5}\cdot\dfrac{\log_2 3}{\log_2 4}\cdot\dfrac{\log_2 2}{\log_2 3}$

$= \dfrac{\log_2 2}{\log_2 8}$

$= \dfrac{\log_2 2}{\log_2 2^3}$

$= \dfrac{\log_2 2}{3\log_2 2} = \mathbf{\dfrac{1}{3}}$

238（1）　**x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 平行移動**したものである．

（2）　$y = \log_2\{-(x+1)\}$ であるから，**y 軸に関して対称移動し，x 軸方向に -1 平行移動**したものである．

（3）　**x 軸に関して対称移動し，x 軸方向に -1 平行移動**したものである．

（4）　$y = -\log_2\{-(x-1)\}$ であるから，**原点に関して対称移動し，x 軸方向に 1 平行移動**したものである．

239（1）　真数条件より，$\begin{cases} 2x-1>0 & \cdots① \\ x>0 & \cdots② \end{cases}$

① より，$x > \dfrac{1}{2}$

これと ② より，$x > \dfrac{1}{2}\cdots③$

$\log_3(2x-1) = \log_3 x^2$

よって

$2x-1 = x^2$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$x = 1$

これは，③ を満たすので，$\boldsymbol{x = 1}$

（2）　真数条件より，$\begin{cases} x^2-x-2>0 & \cdots① \\ x-2>0 & \cdots② \end{cases}$

① より

$(x+1)(x-2) > 0$

$x < -1,\ 2 < x$

② より，$x > 2$

よって，$x > 2\cdots③$

$\log_5 \dfrac{x^2-x-2}{x-2} = 2\log_5 5$

$\log_5 \dfrac{(x+1)(x-2)}{x-2} = \log_5 5^2$

$\log_5(x+1) = \log_5 25$

よって

$x+1=25$

$x=24$

これは，③ を満たすので，$\boldsymbol{x=24}$

（3）　真数条件より，$\begin{cases} x+2>0 & \cdots ① \\ \sqrt{x}>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より

$x>-2$

② より，$x>0$

よって，$x>0\cdots③$

$\log_{10}\dfrac{x+2}{\sqrt{x}} = \log_{10} 3$

よって

$\dfrac{x+2}{\sqrt{x}} = 3$

$x+2 = 3\sqrt{x}$

$(x+2)^2 = (3\sqrt{x})^2$

$x^2+4x+4 = 9x$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

$x=1,\ 4$

これは，③ を満たすので，$\boldsymbol{x=1,\ 4}$

240　（1）　真数条件より，$x-2>0$ であるから，$x>2\cdots①$

$\log_8(x-2) > \dfrac{4}{3}\log_8 8$

$\log_8(x-2) > \log_8 8^{\frac{4}{3}}$

$\log_8(x-2) > \log_8(2^3)^{\frac{4}{3}}$

$\log_8(x-2) > \log_8 2^4$

$\log_8(x-2) > \log_8 16$

底は 8 で，1 より大きいので

$x-2>16$

$x>18$

これと ① より，$\boldsymbol{2<x<18}$

（2）　真数条件より，$x+1>0$ であるから，$x>-1\cdots①$

$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > -\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{3}$

$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$

$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_{\frac{1}{3}} 3$

底は $\dfrac{1}{3}$ で，1 より小さいので

$x+1<3$

$x<2$

これと ① より，$\boldsymbol{-1<x<2}$

241　（1）　与式 $=\log_{10}(2\times 3)$

$=\log_{10}2+\log_{10}3$

$=\boldsymbol{a+b}$

（2）　与式 $=\log_{10}\dfrac{10}{2}$

$=\log_{10}10-\log_{10}2$

$=\boldsymbol{1-a}$

（3）　与式 $=\dfrac{\log_{10}3}{\log_{10}5}$

$=\boldsymbol{\dfrac{b}{1-a}}$

（4）　与式 $=\dfrac{\log_{10}8}{\log_{10}3}$

$=\dfrac{\log_{10}2^3}{\log_{10}3}$

$=\dfrac{3\log_{10}2}{\log_{10}3}$

$=\boldsymbol{\dfrac{3a}{b}}$

（5）　与式 $=\log_{10}\dfrac{3}{10}$

$=\log_{10}3-\log_{10}10$

$=\boldsymbol{b-1}$

（6）　与式 $=\dfrac{\log_{10}4}{\log_{10}9}$

$=\dfrac{\log_{10}2^2}{\log_{10}3^2}$

$=\dfrac{2\log_{10}2}{2\log_{10}3}$

$=\dfrac{2a}{2b}=\boldsymbol{\dfrac{a}{b}}$

STEP UP

242　（1）　真数条件より，$\begin{cases} x+1>0 & \cdots ① \\ (x+2)^2>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x>-1$

② より，$x\fallingdotseq -2$

よって，$x>-1\cdots③$

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 2\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2}+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)^2$

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)^2$

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{4}(x+2)^2$

よって

$x+1=\dfrac{1}{4}(x+2)^2$

$4(x+1)=(x+2)^2$

$4x+4=x^2+4x+4$

$x^2=0$

$x=0$

これは ③ を満たすので，$\boldsymbol{x=0}$

（2）　真数条件より，$\begin{cases} x>0 & \cdots ① \\ 8x^2>0 & \cdots ② \end{cases}$

② より，$x\fallingdotseq 0$

これと ① より，$x>0\cdots③$

$(\log_2 x)^2+(\log_2 8+\log_2 x^4)=0$

$(\log_2 x)^2+\log_2 2^3+\log_2 x^4=0$

$(\log_2 x)^2+4\log_2 x^4+3\log_2 2=0$

$(\log_2 x)^2+4\log_2 x^4+3=0$

$(\log_2 x+1)(\log_2 x+3)=0$

よって，$\log_2 x=-1,\ -3$

$\log_2 x=-1$ のとき

$\log_2 x=\log_2 2^{-1}$ より，$x=\dfrac{1}{2}$

$\log_2 x=-3$ のとき

$\log_2 x = \log_2 2^{-3}$ より，$x = \dfrac{1}{8}$

これらは ③ を満たすので，$\boldsymbol{x = \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{8}}$

243　(1)　真数条件より，$\begin{cases} x-2>0 & \cdots ① \\ 4-x>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x>2$

② より，$x<4$

よって，$2<x<4 \cdots ③$

底は 0.1 で，1 より小さいので

$x-2<4-x$

$2x<6$

$x<3$

これと ③ より，$\boldsymbol{2<x<3}$

(2)　真数条件より，$\begin{cases} x>0 & \cdots ① \\ x+2>0 & \cdots ② \end{cases}$

② より，$x>-2$

これと ① より，$x>0 \cdots ③$

$\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}}(x+2) + \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{2}(x+2)$

底は $\dfrac{1}{2}$ で，1 より小さいので

$x < \dfrac{1}{2}(x+2)$

$2x<x+2$

$x<2$

これと ③ より，$\boldsymbol{0<x<2}$

(3)　真数条件より，$\begin{cases} x>0 & \cdots ① \\ x^2>0 & \cdots ② \end{cases}$

② より，$x \fallingdotseq 0$

これと ① より，$x>0 \cdots ③$

$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 > 2\log_{\frac{1}{2}} x$

$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - 2\log_{\frac{1}{2}} x > 0$

$\log_{\frac{1}{2}} x(\log_{\frac{1}{2}} x - 2) > 0$

よって，$\log_{\frac{1}{2}} x<0$,　または，$2<\log_{\frac{1}{2}} x$

$\log_{\frac{1}{2}} x<0$ のとき

$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \left(\dfrac{1}{2}\right)^0$

$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} 1$

底は $\dfrac{1}{2}$ で，1 より小さいので，$x>1$

$2<\log_{\frac{1}{2}} x$ のとき

$2\log_{\frac{1}{2}} \left(\dfrac{1}{2}\right) < \log_{\frac{1}{2}} x$

$\log_{\frac{1}{2}} \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 < \log_{\frac{1}{2}} x$

底は $\dfrac{1}{2}$ で，1 より小さいので，$x<\dfrac{1}{4}$

よって，$x<\dfrac{1}{4}$，$x>1$

これと ③ より，$\boldsymbol{0<x<\dfrac{1}{4},\ 1<x}$

244　(1)　真数条件より，$\begin{cases} 2(x-1)^2>0 & \cdots ① \\ -3x+5>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x \fallingdotseq 1$

② より，$x<\dfrac{5}{3}$

よって，$x<1$，$1<x<\dfrac{5}{3} \cdots ③$

底の変換公式により

$\log_3 2(x-1)^2 = \dfrac{2\log_3(-3x+5)}{\log_3 9}$

$\log_3 2(x-1)^2 = \dfrac{2\log_3(-3x+5)}{2\log_3 3}$

$\log_3 2(x-1)^2 = \log_3(-3x+5)$

よって

$2(x-1)^2 = -3x+5$

$2(x^2-2x+1) = -3x+5$

$2x^2-4x+2 = -3x+5$

$2x^2-x-3=0$

$(x+1)(2x-3)=0$

よって，$x=-1$，$\dfrac{3}{2}$

これらはいずれも ③ を満たすので，$\boldsymbol{x=-1,\ \dfrac{3}{2}}$

(2)　真数条件より，$\begin{cases} 2-x>0 & \cdots ① \\ x+2>0 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$x<2$

② より，$x>-2$

よって，$-2<x<2 \cdots ③$

底の変換公式により

$\dfrac{\log_2(2-x)}{\log_2 \sqrt{2}} - \log_2(x+2) = 2\log_2 2$

$\dfrac{\log_2(2-x)}{\log_2 2^{\frac{1}{2}}} - \log_2(x+2) = \log_2 2^2$

$\dfrac{\log_2(2-x)}{\frac{1}{2}} - \log_2(x+2) = \log_2 4$

$2\log_2(2-x) = \log_2 4 + \log_2(x+2)$

$\log_2(2-x)^2 = \log_2 4(x+2)$

よって

$(2-x)^2 = 4(x+2)$

$4-4x+x^2 = 4x+8$

$x^2-8x-4=0$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+4}}{1}$

$= 4 \pm 2\sqrt{5}$

③ より，$\boldsymbol{x = 4-2\sqrt{5}}$

(3)　真数条件より，$x>0 \cdots ①$

また，底の条件より，$x>0$，$x \fallingdotseq 1 \cdots ②$

②，② より，$0<x<1$，$1<x \cdots ③$

底の変換公式により

$\log_2 x + \dfrac{\log_2 4}{\log_2 x} = 3$

$\log_2 x + \dfrac{2}{\log_2 x} = 3$

$(\log_2 x)^2 + 2 = 3\log_2 x$

$(\log_2 x)^2 - 3\log_2 x + 2 = 0$

$(\log_2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0$

よって，$\log_2 x = 1,\ 2$

$\log_2 x = 1$ のとき

$\log_2 x = \log_2 2$ より，$x=2$

$\log_2 x = 2$ のとき

$\log_2 x = 2\log_2 2 = \log_2 4$ より，$x=4$

これらはいずれも ③ を満たすので，$\boldsymbol{x=2,\ 4}$

245　(1)　2^{50} の常用対数をとると

$\log_{10} 2^{50} = 50\log_{10} 2$

$= 50 \cdot 0.3010$

$= 15.05$

よって

$15 < \log_{10} 2^{50} < 16$
$15\log_{10} 10 < \log_{10} 2^{50} < 16\log_{10} 10$
$\log_{10} 10^{15} < \log_{10} 2^{50} < \log_{10} 10^{16}$
すなわち，$10^{15} < 2^{50} < 10^{16}$
よって，2^{50} は，**16 桁**の整数である．

（2） 6^{20} の常用対数をとると

$$\begin{aligned}\log_{10} 6^{20} &= 20\log_{10} 6\\ &= 20(\log_{10} 2 + \log_{10} 3)\\ &= 20(0.3010 + 0.4771)\\ &= 20 \cdot 0.7781\\ &= 15.562\end{aligned}$$

よって
$15 < \log_{10} 6^{20} < 16$
$15\log_{10} 10 < \log_{10} 6^{20} < 16\log_{10} 10$
$\log_{10} 10^{15} < \log_{10} 6^{20} < \log_{10} 10^{16}$
すなわち，$10^{15} < 6^{20} < 10^{16}$
よって，6^{20} は，**16 桁**の整数である．

246 （1） 各辺の常用対数をとると
$\log_{10} 2^n < \log_{10} 3^{13} < \log_{10} 2^{n+1}$
$n\log_{10} 2 < 13\log_{10} 3 < (n+1)\log_{10} 2$
$n\log_{10} 2 < 13\log_{10} 3$ より

$$\begin{aligned}n &< \frac{13\log_{10} 3}{\log_{10} 2}\\ &= \frac{13 \times 0.4771}{0.3010}\\ &= 20.6\cdots\end{aligned}$$

$13\log_{10} 3 < (n+1)\log_{10} 2$ より

$$\begin{aligned}n+1 &> \frac{13\log_{10} 3}{\log_{10} 2}\\ n &> \frac{13 \cdot 0.4771}{0.3010} - 1\\ &= 19.6\cdots\end{aligned}$$

よって，$19.6 < n < 20.6$
n は整数であるから，$\boldsymbol{n = 20}$

（2） 各辺の常用対数をとると
$\log_{10} 10^{-5} < \log_{10} \left(\frac{8}{10}\right)^n < \log_{10} 10^{-4}$
$-5 < n\log_{10} \left(\frac{8}{10}\right) < -4$
$-5 < n(\log_{10} 8 - \log_{10} 10) < -4$
$-5 < n(\log_{10} 2^3 - 1) < -4$
$-5 < n(3\log_{10} 2 - 1) < -4$
$-5 < n(3 \times 0.3010 - 1) < -4$
$-5 < -0.097n < -4$
$\frac{5}{0.097} > n > \frac{4}{0.097}$
$51.5\cdots > n > 41.2\cdots$
n は整数であるから，$\boldsymbol{n = 42,\ 43,\ \cdots,51}$

PLUS

247 必要な記憶素子を n バイトとすると
$(2^8)^n = 25^{1000}$　すなわち，$2^{8n} = 25^{1000}$
両辺の常用対数をとると
$\log_{10} 2^{8n} = \log_{10} 25^{1000} = \log_{10} 5^{2000}$
$8n\log_{10} 2 = 2000\log_{10} 5$
対数表より，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 5 = 0.6990$ であるから

$$\begin{aligned}n &= \frac{2000\log_{10} 5}{8\log_{10} 2}\\ &= \frac{2000 \cdot 0.6990}{8 \cdot 0.3010}\\ &= 580.56\cdots\end{aligned}$$

よって，約 **580 バイト**

248 1 等星の明るさを I_1，6 等星の明るさを I_6 とすると
$1 = c - 2.5\log_{10} I_1 \cdots$①
$6 = c - 2.5\log_{10} I_6 \cdots$②
② − ① より
$5 = 2.5\log_{10} I_1 - 2.5\log_{10} I_6$
$5 = 2.5(\log_{10} I_1 - \log_{10} I_6)$
$5 = 2.5\log_{10} \frac{I_1}{I_6}$
$2 = \log_{10} \frac{I_1}{I_6}$
$2\log_{10} 10 = \log_{10} \frac{I_1}{I_6}$
よって，$\frac{I_1}{I_6} = 10^2$
すなわち，$I_1 = 100I_6$ であるから，明るさは **100 倍**

∎