

4章 指数関数と対数関数

問1

(1) $\sqrt[3]{15}$

(2) $\sqrt[5]{-5}$

(3) $\pm\sqrt[4]{2}$

問2

(1) 与式 $= \sqrt[5]{2^5}$
 $= (\sqrt[5]{2})^5 = 2$

(2) 与式 $= \sqrt[3]{4 \times 2}$
 $= \sqrt[3]{2^2 \times 2}$
 $= \sqrt[3]{2^3}$
 $= (\sqrt[3]{2})^3 = 2$

(3) 与式 $= \sqrt[4]{\frac{9}{4}} \times 36$
 $= \sqrt[4]{9^2}$
 $= \sqrt[4]{(3^2)^2}$
 $= \sqrt[4]{3^4}$
 $= (\sqrt[4]{3})^4 = 3$

(4) 与式 $= \sqrt[4]{\frac{80}{5}}$
 $= \sqrt[4]{16}$
 $= \sqrt[4]{2^4}$
 $= (\sqrt[4]{2})^4 = 2$

問3

(1) 与式 $= (4^{-1})^{-3} \times 2^{-7}$
 $= 4^3 \times 2^{-7}$
 $= (2^2)^3 \times 2^{-7}$
 $= 2^6 \times 2^{-7}$
 $= 2^{6-7}$
 $= 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

(2) 与式 $= (5 \times 7)^2 \times 5^{-4} \times (7^{-1})^2$
 $= 5^2 \times 7^2 \times 5^{-4} \times 7^{-2}$
 $= 5^2 \times 5^{-4} \times 7^2 \times 7^{-2}$
 $= 5^{2-4} \times 7^{2-2}$
 $= 5^{-2} \times 7^0$
 $= \frac{1}{5^2} \times 1 = \frac{1}{25}$

(3) 与式 $= (a^{-1})^{-3} \times (b^2)^{-3} \times (a^{-2})^3 \times (b^3)^3$
 $= a^3 \times a^{-6} \times b^{-6} \times b^9$
 $= a^{3-6} \times b^{-6+9}$
 $= a^{-3} \times b^3$
 $= \frac{1}{a^3} \times b^3 = \frac{b^3}{a^3}$

(4) 与式 $= \frac{2^4(a^{-2})^4 b^4}{5^2 a^2 (b^{-2})^2}$
 $= \frac{16a^{-8}b^4}{25a^2b^{-4}}$
 $= \frac{16}{25} \cdot a^{-8-2} \cdot b^{4-(-4)}$
 $= \frac{16}{25} \cdot a^{-10} \cdot b^8$
 $= \frac{16}{25} \cdot \frac{1}{a^{10}} \cdot b^8$
 $= \frac{16b^8}{25a^{10}}$

問4

(1) 与式 $= \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}}$
 $= a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$
 $= a^{\frac{1}{4}}$

(2) 与式 $= \frac{1}{a^{\frac{3}{4}}}$
 $= a^{-\frac{3}{4}}$

(3) 与式 $= a^{-\frac{2}{3} \times (-3)}$
 $= a^2$

(4) 与式 $= \sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}}$
 $= (a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}$
 $= a^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}$
 $= a^{\frac{1}{6}}$

問 5

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{与式} &= a^{-\frac{4}{10}} \\ &= a^{-\frac{2}{5}} \\ &= (a^{-2})^{\frac{1}{5}} \\ &= \sqrt[5]{a^{-2}} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \text{与式} = a^{\frac{125}{100}} = a^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{a^5}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \text{与式} &= \frac{1}{a^{-\frac{25}{10}}} \\ &= \frac{1}{a^{-\frac{5}{2}}} \\ &= a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad \text{与式} &= a^{-3.6+4.3} \\ &= a^{0.7} \\ &= a^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{a^7} \end{aligned}$$

問 6

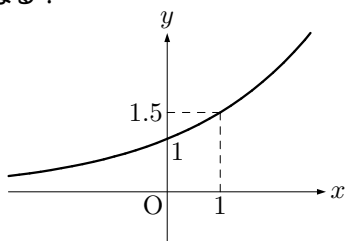
$$\begin{aligned} (1) \quad \text{与式} &= \frac{a \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}} \\ &= a^{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}} \\ &= a^{\frac{7}{6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{与式} &= a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{4}{6}} \\ &= a^{\frac{3}{4}+\frac{4}{6}} \\ &= a^{\frac{17}{12}} \end{aligned}$$

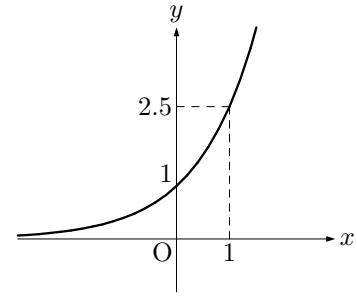
$$\begin{aligned} (3) \quad \text{与式} &= a^{(p-q)r} \times a^{(q-r)p} \times a^{(r-p)q} \\ &= a^{(p-q)r+(q-r)p+(r-p)q} \\ &= a^{pr-qr+pq-pr+qr-pq} \\ &= a^0 = 1 \end{aligned}$$

問 7

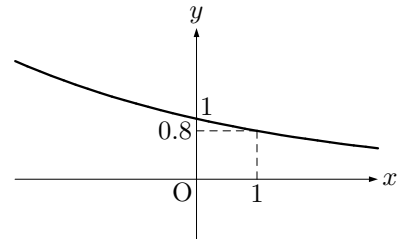
(1) $x=0$ のとき, $y=1.5^0=1$
 $x=1$ のとき, $y=1.5^1=1.5$
 グラフは, 2点 $(0, 1), (1, 1.5)$ を通り, 単調に増加する曲線となる.



(2) $x=0$ のとき, $y=2.5^0=1$
 $x=1$ のとき, $y=2.5^1=2.5$
 グラフは, 2点 $(0, 1), (1, 2.5)$ を通り, 単調に増加する曲線となる.



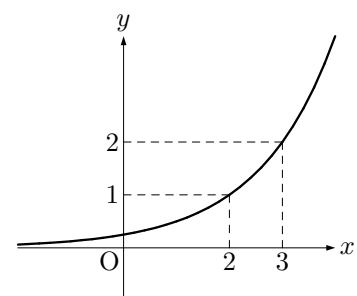
(3) $x=0$ のとき, $y=0.8^0=1$
 $x=1$ のとき, $y=0.8^1=0.8$
 グラフは, 2点 $(0, 1), (1, 0.8)$ を通り, 単調に減少する曲線となる.



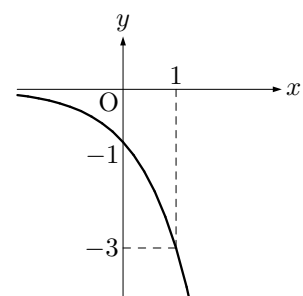
問 8

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= \frac{2^x}{2^2} \\ &= 2^{x-2} \end{aligned}$$

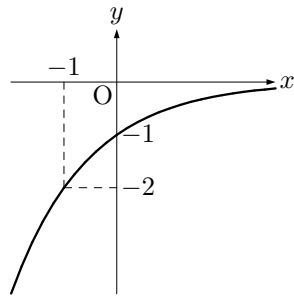
この関数のグラフは, $y=2^x$ のグラフを, x 軸方向に 2 平行移動したものである.



(2) この関数のグラフは, $y=3^x$ のグラフと, x 軸に関して対称である.



- (3) この関数のグラフは、 $y = 2^x$ のグラフと、原点に関して対称である。



問 9

(1) $3^{2x} = 27^{\frac{1}{2}}$

$$3^{2x} = (3^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$3^{2x} = 3^{\frac{3}{2}}$$

よって

$$2x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

(2) $4^{-x} = 16^{\frac{1}{3}}$

$$4^{-x} = (4^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$4^{-x} = 4^{\frac{2}{3}}$$

よって

$$-x = \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

(3) $2^x = X$ とおくと

$X > 0$, $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2 = X^2$ であるから

$$X^2 - X = 56$$

$$X^2 - X - 56 = 0$$

$$(X + 7)(X - 8) = 0$$

$$X = -7, 8$$

$X > 0$ より, $X = 8$

よって

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

問 10

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2$

$$(2^{-1})^x < 2$$

$$2^{-x} < 2^1$$

底が 1 より大きいので

$$-x < 1$$

$$x > -1$$

(2) $3^{3x+2} > 3^4$

底が 1 より大きいので

$$3x + 2 > 4$$

$$3x > 2$$

$$x > \frac{2}{3}$$