

第 1 章 数と式の計算

§ 1 整式の計算

1.1

整式の加法・減法

1 次の問いに答えなさい。

(1) $-5axy$ の係数と次数を答えなさい。(2) ax^2y において、 x に着目したときの次数と係数を答えなさい。(3) $-2abx^2y^3$ において、 a, b に着目したときの次数と係数を答えなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1) $2x^2 + 5ax - a^2 + 3$ において、 x に着目したときの次数と定数項を答えなさい。(2) $-abx^3y^2 + 5axy - 2by$ において、 a に着目したときの次数と定数項を答えなさい。

3 次の式を [] 内の文字について降べきの順に整理しなさい。

(1) $-3x^2 + 12x - 17 + 10x^2 - 8x + 9$ [x](2) $5xy - 4x^2 + y^2 - 2x - 7y + 6$ [y](3) $6x^2 - 4y^2 - 2xy - 3x + 4y + 1$ [x](4) $3x^3 - 5x^2y + 2y^3 - xy^2 - 2y^2 + 3x + 1$ [x](5) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ [a]

4 次の整式の組において、 $A + B$, $A - B$ を [] 内の文字について計算しなさい.

$$\begin{aligned} (1) \quad A &= x^3 - ax^2 + 4a^3 \\ B &= 2x^4 + a^2x^2 - 3x \quad [x] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad A &= y^2 + 2yx - 3x^2 \\ B &= -x^2 + 7xy + 2y^2 \quad [y] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad A &= a^2b - 2b^2 + ac \\ B &= 3ab - 2a^2 + c^2 \quad [a] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad A &= xy^2 - yz + 6z^3 \\ B &= -4z^2 + 3xz + x^2 \quad [z] \end{aligned}$$

1.2

整式の乗法

1 指数法則

5 次の各式を計算しなさい.

(1) $a^2 \times a^4$

(2) $(a^3)^2 \times (2a)^2$

(3) $(-x^2)^3$

(4) $-a^2 \times (-b)^3$

(5) $(-3a^2b)^3 \times (-2ab^3)^2$

(6) $(-ab)^2(-2a^3b)$

(7) $-\left(\frac{1}{2}xy^3\right)^2 \times (-2x^2y)^3$

2 展開

6 次の各式を計算しなさい.

(1) $ab^3(a^2 - 5b^2)$

(2) $12a^2b\left(\frac{a^2}{3} - \frac{ab}{6} - \frac{b^2}{4}\right)$

(3) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

(4) $(x^2 + 3xy - y^2)(2x - 5y)$

(5) $(x^2 + 5x - 2)(x + 2)$

7 次の各式を計算しなさい.

(1) $(3x - y)(2x + 5)$

(2) $(5x - 2)(4x - 1)$

(3) $(a^3 - 2a + 3)(3a - 4)$

(4) $\left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2y\right)(x - y)$

(5) $(a + b)(2a - b)(a - 2b)$

3 乗法公式

8 次の各式を展開しなさい.

(1) $(x + 3)(x - 5)$

(2) $(x - 5y)(x + 2y)$

(3) $(2x - 3y)(2x + 3y)$

(4) $(2a + b)^3$

(5) $(3a - 2b)^3$

(6) $(2x + 3y)^3$

$$(7) \quad (a + b + 2c)^2$$

$$(8) \quad (x - 2y - 2)^2$$

$$(9) \quad (-2a + b - 3c)^2$$

$$(10) \quad (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$$

$$(11) \quad \left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a^2 - \frac{a}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

9 次の各式を計算しなさい.

$$(1) \quad (a - b - c)(a - b + c)$$

$$(2) \quad (x + 2y - 1)(x + 2y - 3)$$

$$(3) \quad (a - b + c)(a + 2b + c)$$

(4) $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

(5) $(a + b + c)(a - b - c)$

(6) $(a^2 - 2a + 1)(a^2 + 2a - 1)$

10 次の各式を計算しなさい.

(1) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$

(2) $(x + 1)(x - 1)(x - 2)(x - 4)$

— *Tea Break* —

1 次の数の列に続く数を4つまであげなさい.
12, 1, 1, 1, 2, 1, 3, ...

2 次にくる数字は?
77, 49, 36, 18, □

1.3

因数分解

1 公式の利用

11 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $5a^3b - 25a^2b^2 + 15ab^3$

(2) $9a^2 + 6a + 1$

(3) $x^2 + 16x + 48$

(4) $8x^3 + 1$

(5) $64x^3 - 27$

12 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $5x^2 + 7x + 2$

(2) $3x^2 - 10x + 3$

(3) $4x^2 + 3x - 27$

(4) $2a^2 - 7a - 15$

(5) $3a^2 + 17ab + 10b^2$

(6) $12a^2 - 25ab + 12b^2$

2 いろいろな因数分解**13** 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$

(2) $2x^2 - 18y^2$

(3) $10a^3 + 15a^2b - 10ab^2$

14 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $x^4 - 13x^2 + 36$

(2) $x^4 - 10x^2 + 9$

(3) $4x^4 - 15x^2 - 4$

15 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $(a+b)^2 - 2(a+b) - 3$

(2) $6(a+b)^2 + 11(a+b) - 2$

(3) $(x+y)(x+y+5) + 6$

(4) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 4) + 3$

16 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$

(2) $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + 15$

17 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $xy + x + y + 1$

(2) $2a - 3b - 3ab + 2$

(3) $9 - 9y + 3xy - x^2$

(4) $a^2 + b^2 + 2bc + 2ca + 2ab$

— Tea Break —

3 次の□に入る数字は？

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}, \frac{1}{2}, \frac{\square}{\square}, \frac{3}{5}, \frac{7}{11}, \frac{2}{3}, \frac{9}{13}, \dots$$

18 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $x^2 + (3y + 1)x + (y + 4)(2y - 3)$

(2) $x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 2$

(3) $x^2 + xy - 2y^2 - 4x + y + 3$

(4) $2x^2 - 2xy - 4y^2 + 5x - 7y + 2$

(5) $2x^2 + 5xy + 2y^2 + 4x - y - 6$

— Tea Break —

4 次の A, B, C, D には, 1 から 9 までの異なる整数があてはまります.

$$A + B = C$$

$$D - C = A$$

$$A \times B = D$$

$$D - B = B$$

19 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $a^2 - b^2 + 4bc - 4c^2$

(2) $x^2 - y^2 + x^3 - y^3$

(3) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$

20 次の各式を因数分解しなさい.

(1) $x^4 + x^2 + 1$

(2) $4a^4 + 1$

(3) $x^4 - 6x^2 + 1$

(4) $x^4 - 11x^2y^2 + y^4$

1.4

整式の除法

1 整式の除法

21 次の整式 A を B で割ったときの商と余りを求め、等式に表しなさい。

(1) $A = 6x^2 - 7x + 15$, $B = 2x - 5$

(2) $A = 2x^4 + x^3 + 6x^2 + x + 10$, $B = 2x^2 + 3x + 5$

(3) $A = x^3 - 1$, $B = 2x + 1$

22 次の計算をしなさい。

(1) $(6x^2 + 5x - 4) \div (2x - 1)$

(2) $(x^3 - 9x) \div (x^2 + 3x - 2)$

(3) $(6c^3 - 4c^2 + 2c + 1) \div (2c^2 + 1)$

(4) $(2x^2 + 7ax + 8a^2) \div (2x + 3a)$

23 次の問いに答えなさい.

- (1) ある整式を $x-3$ で割ったとき, 商が x^2+x+6 で, 余りが 14 であった. この整式を求めなさい.

- (2) x^2-2x-1 で割ると, 商が $2x-3$, 余りが $-2x$ である整式を求めなさい.

- (3) 整式 A で, x^3-x^2+3x+1 を割ると, 商が $x+1$, 余りが $3x-1$ であった. 整式 A を求めなさい.

2 整式の最大公約数と最小公倍数

24 次の数, 整式の組の最大公約数と最小公倍数を求めなさい.

- (1) 12, 18, 30

- (2) $4a^2bc^3$, $6a^3b^2cd$

- (3) ab^3 , a^2bc , a^3bc^2

- (4) $2x^2(x-1)^3(x+3)$, $6x(x-1)^2(x+2)^2$

- (5) x^2+x-2 , $2x^2-8$

(6) $a^4 - a^2b^2, a^4 - ab^3$

(7) $x^2 - 1, x^3 - 1, x^2 - 2x + 1$

25 次の問いに答えなさい.

- (1) 最大公約数が $x+1$, 最小公倍数が x^3+4x^2+3x である 2 つの 2 次式を求めなさい.

- (2) x に関する 2 つの整式がある. その最大公約数は $x+3$ で, 最小公倍数は x^3+4x^2+x-6 であるという. この 2 つの整式を求めなさい.

※ 次の問題は, 「因数定理」が終わってから解いてください.

- 26 2 つの x についての整式 x^2+ax+5, x^3-bx-a の最大公約数が $x+1$ であるとき, a, b の値と, この 2 つの整式の最小公倍数を求めなさい.

1.5

因数定理

1 剰余の定理

27 次の整式 $A(x)$ を $B(x)$ で割ったときの余りを求めなさい.

$$(1) \quad \begin{aligned} A(x) &= x^3 - 2x^2 + x + 3 \\ B(x) &= x - 1 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} A(x) &= x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \\ B(x) &= x + 1 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \begin{aligned} A(x) &= x^3 - 27 \\ B(x) &= x - 3 \end{aligned}$$

28 整式 $P(x)$ を 1 次式 $ax - b$ ($a \neq 0$) で割ったときの余りは $P\left(\frac{b}{a}\right)$ であることを以下の証明に続けて完成させなさい.

証明

$P(x)$ を $ax - b$ ($a \neq 0$) で割ったときの商を $Q(x)$, 余りを R とすると,

$$P(x) = (ax - b)Q(x) + R \text{ とおくことができる.}$$

29 整式 $x^3 - 2x^2 + 4x + 3$ をそれぞれ $2x - 1$, $2x + 3$ で割ったときの余りを求めなさい.

30 次の問いに答えなさい.

(1) $x^3 + 10x^2 - ax + 6$ を, $x + 1$ で割った余りが 7 のとき, a の値を求めなさい.

(2) $x^3 + ax^2 - 4x + 6$ を, $x - 2$ および $x - 3$ で割ったときの余りが等しくなるように, a の値を定めなさい.

31 x の整式 $P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割ると、 $3x-1$ 余る． $P(x)$ を $x-1$ および $x+2$ で割ったときの余りを、それぞれ求めなさい．

32 x^3+ax^2-4x+b を x^2-2x-3 で割ると $5(x+1)$ 余る．このとき、定数 a , b の値を求めなさい．

33 次の問いに答えなさい．

(1) x の整式 $P(x)$ を $x-2$ で割ると、5 余り、 $x-3$ で割ると 9 余る． $P(x)$ を $(x-2)(x-3)$ で割ったときの余りを求めなさい．

(2) 整式 $P(x)$ を $x+1$ で割ると余りが 1、 $x-4$ で割ると余りが 11 であった． $P(x)$ を x^2-3x-4 で割ったときの余りを求めなさい．

2 因数定理

34 次の問いに答えなさい.

- (1) 整式 $x^2 - 2x + a$ が $x - 1$ で割り切れるように定数 a の値を定めなさい.

- (2) 整式 $x^3 + 5x^2 + kx + 2$ が $x + 2$ で割り切れるように定数 k の値を定めなさい.

35 組立除法を用いて, 次の割り算の商と余りを求めなさい.

(1) $(4x^3 + x^2 + 6x - 5) \div (x - 1)$

(2) $(3x^3 - x^2 + 3) \div (x + 2)$

36 次の式を因数分解しなさい.

(1) $x^3 + x^2 - 3x + 1$

(2) $x^3 + 2x^2 - 11x - 12$

(3) $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$

(4) $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3x + 4$

(5) $x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$

37 次の問いに答えなさい.

- (1) 整式 $ax^3 + bx^2 - 7x + 6$ が $x + 2$ で割り切れ、
 $x - 3$ で割ると 30 余るとき、定数 a, b の値を求めなさい.

- (2) x の整式 $3x^3 + ax^2 + bx - 2$ は $3x - 2$ で割り切れ、 $x + 1$ で割ると -20 余るという. 定数 a, b の値を求めなさい.

§ 2 いろいろな数と式

2.1

分数式の計算

1 約分・乗除

38 次の分数式を既約分数になおしなさい.

$$(1) \quad \frac{16xy^2z}{12x^3yz^4}$$

$$(2) \quad \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 6x^2 + 9x}$$

$$(3) \quad \frac{a^2 - (b + c)^2}{(a + b)^2 - c^2}$$

$$(4) \quad \frac{a^3 - a^2b + ab^2}{a^3 + b^3}$$

39 次の分数式を計算しなさい.

$$(1) \quad \frac{3bc}{2a^2} \times \frac{8a}{9b^2c}$$

$$(2) \quad \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 6} \times \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1} \div \frac{x^2}{x^2 + x - 2}$$

$$(3) \quad \frac{t^2 - 3t}{t - 5} \div \frac{t^3 - 6t^2 + 9t}{t^2 - 11t + 30}$$

$$(4) \quad \frac{10y^2}{x(x - y)} \times \frac{y - x}{5y^3}$$

2 加減

40 次の分数式を計算しなさい.

$$(1) \quad \frac{3t+1}{t+1} + \frac{t+1}{t-1}$$

$$(2) \quad \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$$

$$(3) \quad x + \frac{xy}{x-y}$$

$$(4) \quad \frac{x-y}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2}$$

$$(5) \quad \frac{a}{ab-b^2} - \frac{b}{a^2-ab}$$

$$(6) \quad \frac{x+5}{x^2+x-2} - \frac{x+3}{x^2-4x+3}$$

$$(7) \quad \frac{1}{2a-1} + \frac{1}{2a+1} - \frac{2}{4a^2-1}$$

3 繁分数式

41 次の繁分数式を簡単にしなさい.

$$(1) \quad \frac{\frac{bc}{ad}}{\frac{b^2}{a}}$$

$$(2) \quad \frac{a - \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}}$$

$$(3) \quad \frac{x - 2}{1 + \frac{3}{x} - \frac{10}{x^2}}$$

$$(4) \quad \frac{x + y - \frac{6y^2}{x}}{1 - \frac{2y}{x}}$$

$$(5) \quad \frac{\frac{2}{t-2} + 1}{\frac{2}{t+2} - 1}$$

$$(6) \quad \frac{a - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}{a + \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}}$$

$$(7) \quad 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}}$$

4

分母と分子の次数

42 次の分数式を、分子の次数が分母の次数より低くなるように変形しなさい。

$$(1) \quad \frac{4x^2 + 3x - 1}{x - 2}$$

$$(2) \quad \frac{-5x^3 + x^2 + 2x - 9}{x^2 + x + 1}$$

43 次の分数式を、分子の次数が分母の次数より低くして計算しなさい。

$$(1) \quad \frac{x+1}{x} - \frac{x+2}{x+1}$$

$$(2) \quad \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{x + 1} + \frac{x + x^2 - x^3}{x - 1}$$

$$(3) \quad \frac{x^3 - 2x^2 - x + 4}{x^2 - 3x + 2} - \frac{x^3 - 3x^2 - x + 6}{x^2 - 4x + 3}$$

2.2

実数

44 次の値を求めなさい.

(1) $|7|$

(2) $|-2.7|$

(3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$

(4) $|9-4|$

(5) $|-1-8|$

(6) $\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right|$

45 次の計算をなさい.

(1) $|1-3|-3$

(2) $2-|3-4|$

(3) $4-||5-7|-8|$

46 x が次の数であるとき, $|x-1|+|x-2|$ の値を求めなさい.

(1) $x=0$

(2) $x=\pi$

(3) $x=\frac{\pi}{2}$

2.3

平方根

47 次の式を計算しなさい.

(1) $\sqrt{5} + \sqrt{20}$

(2) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$

(3) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 4\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{15}\sqrt{10} - 2\sqrt{54} + 3\sqrt{24}$

(5) $\sqrt{32} \div 2\sqrt{50}$

(6) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(7) $(\sqrt{3} - 1 \div \sqrt{3})^2$

(8) $(3 + 2\sqrt{5})^2 - (3 - 2\sqrt{5})^2$

(9) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

48 次の式の分母を有理化しなさい.

$$(1) \quad \frac{14}{5\sqrt{7}}$$

$$(2) \quad \frac{1}{3 - \sqrt{5}}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$(4) \quad \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$(5) \quad \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}$$

49 次の式を計算しなさい.

$$(1) \quad \frac{1}{\sqrt{3} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

50 次の式を計算しなさい.

$$(1) \quad |\sqrt{5}-2|+|\sqrt{5}-5|$$

$$(2) \quad |2\sqrt{6}-5||2\sqrt{6}+5|$$

$$(3) \quad |\sqrt{2}-2|^2+|\sqrt{2}+2|^2$$

51 次の式を計算しなさい.

$$(1) \quad \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$$

$$(2) \quad \sqrt{(5-3\sqrt{2})^2}$$

$$(3) \quad \sqrt{\pi^2-8\pi+16}$$

$$(4) \quad \sqrt{1-2\pi+\pi^2}$$

52 $a = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$, $b = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$ のとき, 次の式の値を求めなさい.

$$(1) \quad a+b$$

$$(2) \quad ab$$

$$(3) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$(4) \quad a^2+b^2$$

53 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, a , b の値を求めなさい.

54 次の2重根号をはずしなさい.

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

(3) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

(4) $\sqrt{27-\sqrt{200}}$

(5) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$

(6) $\sqrt{4-\sqrt{7}}$

55 次の計算をしなさい.

(1) $\sqrt{1+x-2\sqrt{x}} \quad (x \geq 1)$

(2) $\sqrt{1+2\sqrt{a(1-a)}} \quad (0 \leq a \leq 1)$

56 $\frac{8}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする
とき, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ の値を求めなさい.

2.4

複素数

1 複素数

57 次の式を計算しなさい.

$$(1) \quad (2 + 3i) + (3 - 4i)$$

$$(2) \quad (4 + 5i) - (2 + 2i)$$

$$(3) \quad (1 + 2i)(3 + 4i)$$

$$(4) \quad (3 - 2i)(i - 4)$$

$$(5) \quad \frac{1 - 2i}{3 + 4i}$$

$$(6) \quad \frac{1 - i}{1 + i}$$

$$(7) \quad \frac{1}{i} + \frac{1}{2 - 3i}$$

$$(8) \quad \frac{1 - \sqrt{5}i}{1 + \sqrt{5}i} + \frac{1 + \sqrt{5}i}{1 - \sqrt{5}i}$$

$$(9) \quad \frac{1}{2i} \times (1 + i)^2$$

58 次の計算をなさい.

(1) $\sqrt{-4} \sqrt{-9}$

(2) $\sqrt{-3} \times \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{5} \times \sqrt{-5}$

(4) $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}$

(5) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{-3}}$

(6) $\frac{\sqrt{-15}}{\sqrt{5}}$

(7) $\sqrt{-4} - \sqrt{-9}$

(8) $(\sqrt{3} + \sqrt{-2})(\sqrt{2} - \sqrt{-3})$

(9) $(1 + \sqrt{-3})^2 + (1 - \sqrt{-3})^2$

— Tea Break —

5 覆面算です. 同じアルファベットには同じ数字が入ります.

$$\begin{array}{r} \text{ONE} \\ \text{TWO} \\ +) \text{FOUR} \\ \hline \text{SEVEN} \end{array}$$

2 複素数平面

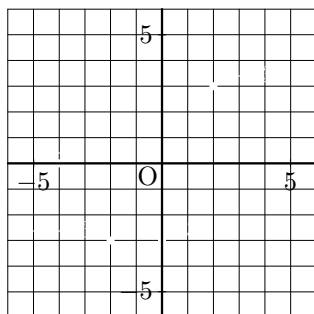
59 次の複素数の共役複素数を求め、複素数平面上に表しなさい.

(1) $2 - 3i$

(2) $-2 + 3i$

(3) $3i$

(4) -4



60 次の計算をしなさい.

(1) $3 + i + \overline{3 + i}$

(2) $(2 - 5i)(\overline{2 - 5i})$

(3) $\frac{1 - 2i}{1 - 2i}$

(4) $\overline{\left(\frac{1}{i}\right)} + \bar{i}$

61 次の複素数の絶対値を求めなさい.

(1) $-5i$

(2) $-4 + i$

(3) $(2 + 3i)(3 - 2i)$

(4) $\frac{1}{2 + i}$

62 2つの複素数 $a + bi$ と $2 - 3i$ の和が純虚数, 積が実数となるように, 実数 a, b の値を定めなさい.

第2章 方程式と不等式

§ 1 方程式

1.1

二次方程式

1 二次方程式の解法

63 次の方程式を解きなさい.

(1) $x^2 = 64$

(2) $x^2 + 16 = 0$

(3) $x^2 - 5 = 0$

(4) $x^2 = -8$

(5) $4x^2 - 3 = 0$

(6) $5x^2 = -1$

(7) $(x - 3)^2 = 25$

(8) $(x + 2)^2 = -9$

(9) $(3x + 1)^2 = 2$

(10) $(2x - 1)^2 = 0$

64 次の方程式を解きなさい.

(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$

(2) $x^2 + 10x + 25 = 0$

(3) $2x^2 + x - 6 = 0$

(4) $7x^2 + 24x + 9 = 0$

(5) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

(6) $5x^2 - 2x = 0$

65 次の方程式を解きなさい.

(1) $x^2 - 3x - 1 = 0$

(2) $5x^2 - 5x + 1 = 0$

(3) $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(4) $x^2 - 4x - 2 = 0$

(5) $2x^2 - 6x - 3 = 0$

(6) $x^2 + x + 3 = 0$

(7) $5x^2 - 3x + 5 = 0$

(8) $2x^2 + 3x + 4 = 0$

(9) $x^2 - 4x + 5 = 0$

(10) $4x^2 - 4x + 5 = 0$

66 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad x^2 + 2x = 18 - x$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 5 = 0$$

$$(3) \quad x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} = 0$$

$$(4) \quad x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$(5) \quad x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$$

2 判別式

67 次の二次方程式の解を判別しなさい.

$$(1) \quad 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$(3) \quad 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

68 次の二次方程式が 2 重解をもつように定数 k の値を定めなさい.

$$(1) \quad x^2 - 2kx - k + 2 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 2(k+1)x + 4k = 0$$

$$(3) \quad kx^2 + 3kx + 1 = 0$$

$$(4) \quad (k-1)x^2 - x + 1 = 0$$

$$(5) \quad k(x-1)(x-2) = x^2$$

$$(6) \quad k(x^2 - x) = 3(x^2 - x) - 2$$

69 次の二次方程式が2重解をもつように定数 k の値を定め、そのときの2重解を求めなさい.

$$(1) \quad x^2 - (k+2)x + 3k + 1 = 0$$

$$(2) \quad kx^2 + 12x + (2k+1) = 0$$

1.2

解と係数の関係

1 解と係数の関係

70 二次方程式 $3x^2 + 2x + 6 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ の値をそれぞれ求めなさい.

71 二次方程式 $2x^2 - 7x + 9 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき, 次の各式の値を求めなさい.

(1) $\alpha^2 + \beta^2$

(2) $(\alpha - 2)(\beta - 2)$

(3) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$

(4) $\alpha^3 + \beta^3$

72 二次方程式 $x^2 - (2k + 3)x + 12 = 0$ の 1 つの解が, 他の解より 1 だけ大きいとき, 定数 k の値, およびそのときの解を求めなさい.

73 二次方程式 $x^2 + 3kx - k + 3 = 0$ の 1 つの解が, 他の解の 2 倍であるとき, 定数 k の値, およびそのときの解を求めなさい.

74 次の2つの数を解とする二次方程式を1つ求めなさい.

(1) $2, 3$

(2) $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$

(3) $\frac{5+\sqrt{7}}{3}, \frac{5-\sqrt{7}}{3}$

75 2次方程式 $x^2 - 2x + 7 = 0$ の2つの解を α, β とするとき, $\alpha + 2, \beta + 2$ を解とする2次方程式を1つ求めなさい.

2 二次式の因数分解

76 次の二次式を複素数の範囲で因数分解しなさい.

(1) $x^2 - 5x + 3$

(2) $2x^2 - 4x + 1$

(3) $3x^2 + 2x + 4$

(4) $4x^2 + 8x - 1$

1.3

いろいろな方程式

1 高次方程式

77

次の方程式を解きなさい.

(1) $x^4 - 2x^2 - 35 = 0$

(2) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

(3) $(x^2 + 2x)^2 + 7(x^2 + 2x) - 18 = 0$

(4) $(x^2 - x - 1)(x^2 - x + 2) = 4$

(5) $(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 12x + 35) + 15 = 0$

78 次の方程式を解きなさい.

(1) $x^3 = -1$

(2) $8x^3 - 1 = 0$

79 次の方程式を解きなさい.

(1) $x^3 - 7x + 6 = 0$

(2) $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3 = 0$

(3) $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2 = 0$

(4) $x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 17x + 10 = 0$

80 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ を解きなさい.

2 連立方程式

81 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad \begin{cases} x + y + z = 3 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 3y - 2z = -1 & \cdots \textcircled{2} \\ x + 2y + 3z = 2 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 3x - y = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y + 2z = 6 & \cdots \textcircled{2} \\ 2x - 3y + z = 9 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

82 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad x + 2y + 4 = 2x - y + 7 = 2y - x$$

$$(2) \quad 2x + 3y - 5z - 3 = x - y + z = 3x - 6y + 2z + 7 = 0$$

83 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad \begin{cases} 2x + y = 3 & \dots \textcircled{1} \\ 2x^2 - y^2 - 3y + 2 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x - y = 2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 + xy + y^2 = 5 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

84 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2} & \dots \textcircled{1} \\ 2x - 3y + z + 7 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 & \dots \textcircled{1} \\ y = x^2 - 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

3

 分数方程式

85 次の方程式を解きなさい.

$$(1) \quad \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x - 1} + 2 = 0$$

$$(2) \quad \frac{x}{x + 2} - \frac{12}{x - 2} = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$$

$$(3) \quad \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 2} = \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad \frac{x - 6}{x^2 - 4} + \frac{1}{x - 1} = \frac{x - 4}{x^2 + x - 2}$$

$$(5) \quad \frac{3}{x^2 - 3x} - \frac{x + 2}{x^2 + x} - \frac{17x + 1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{3x}{x + 1}$$

4 無理方程式

86 次の方程式を解きなさい.

(1) $\sqrt{x+1} = x-5$

(2) $\sqrt{x+3} = x-3$

(3) $\sqrt{25-x^2} = x-1$

(4) $\sqrt{x^2+16} = 3x-4$

(5) $\sqrt{3x-5} + 10 = 2x$

(6) $\sqrt{x-1} + 2 = \sqrt{2x+5}$

5 絶対値記号を含む方程式

87 次の等式を満たす x の値を求めなさい.

(1) $|x| = 3$

(2) $|x| = \frac{1}{5}$

(3) $|x - 2| = 1$

(4) $|x + 5| = 5$

(5) $|x - 1| = \frac{2}{3}$

(6) $|x + 3| = \frac{2}{9}$

(7) $|2x - 1| = 4$

(8) $|4x + 3| = 5$

(9) $|5x + 2| - 1 = 7$

(10) $|3x - 10| - 5 = 0$

(11) $\left| \frac{x}{2} - 1 \right| = 2$

(12) $\left| \frac{x}{3} + \frac{5}{6} \right| = \frac{1}{6}$

§ 2 不等式

2.1

不等式の性質

88 次の数量関係を不等式で表しなさい.

- (1) ある数 x に 3 をたすと 8 以上になる.
- (2) ある数 x の 2 倍から 5 をひくと, 2 より小さくなる.
- (3) 2 つの数 a, b の和は c を超えない.
- (4) 3 つの数 x, y, z の平均は 78 未満である.

89 次の不等式が表す x の範囲を数直線上に表しなさい.

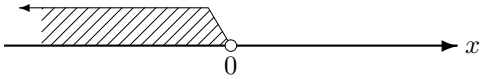
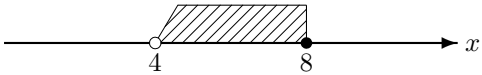
- (1) $x > 2$

- (2) $x \leq 4$

- (3) $-1 \leq x \leq 5$

- (4) $x \leq -3, 1 \leq x$


90 次の図で表される x の範囲を, 不等式で表しなさい.

- (1) 
- (2) 

91 $a < b$ のとき, 次の式の大小関係を不等式で表しなさい.

- (1) $a + 5, b + 5$
- (2) $-\frac{3 - 2a}{2}, -\frac{3 - 2b}{2}$

92 $-2 \leq x \leq 3$ のとき, 次の式の値の範囲を求めなさい.

- (1) $2x - 5$
- (2) $1 - 3x$

2.2

一次不等式

1 一次不等式の解法

93 次の不等式を解きなさい.

(1) $x - 5 > 3$

(2) $x + 8 \geq 2$

(3) $3x < -15$

(4) $-5x \leq -20$

(5) $\frac{x}{3} < 2$

(6) $-\frac{x}{4} \geq 1$

(4) $x - 5(3 - x) < 2$

(5) $2x - 5 \geq 3(2 - x) + 1$

(6) $\frac{4x + 3}{4} > \frac{2x - 1}{3} - 1$

94 次の不等式を解きなさい.

(1) $-x + 1 \leq 7$

(2) $8 \geq 3x + 5$

(3) $x - 10 < 26 - 3x$

(7) $\frac{2x + 3}{9} - \frac{x - 6}{18} < 1$

(8) $\frac{x + 4}{3} - \frac{2x + 3}{4} < 1$

2 一次不等式の利用

95 1個100円のりんごと1個80円の柿を合わせて8個買い、値段を700円以下にしたい。りんごは何個まで買えるか。

96 現在、兄は4500円、弟は7600円の貯金がある。来月から毎月兄は700円、弟は400円ずつ貯金すると、何か月後に兄の貯金額が、弟の貯金額をはじめてこえるか。

97 ボールを投げて、的に当たれば+7点、的に外れれば-2点の得点になるゲームがある。このゲームでボールを50回投げて、得点の合計が100点以上になるには、最低何回、的に当てればよいか。

98 クラスの記念写真の値段は30枚まで1枚25円で、30枚をこえると、1枚につき15円で焼き増ししてくれる。1枚平均20円以下にするには、何枚以上注文すればよいか。

99 ある博物館の入館料は、1人500円であるが、40人以上の団体の場合は2割引となる。40人未満の団体が入館するのに、40人の団体として料金を払ったほうが安くなるのは、団体の人数が何人の場合か。

100 4%の食塩水が200gある。これに9%の食塩水を加えて7%以上の食塩水をつくりたい。9%の食塩水は、少なくとも何g必要か。

2.3

二次不等式

1 二次不等式

101 次の不等式を解きなさい.

(1) $x^2 - 6x + 8 < 0$

(2) $x^2 - 6x - 7 \geq 0$

(3) $x^2 - x - 6 \leq 0$

(4) $2x^2 - 3x + 1 > 0$

(5) $2x^2 + 3x - 2 < 0$

(6) $px^2 - (p+1)x + 1 \geq 0 \quad (p > 1)$

102 次の不等式を解きなさい.

(1) $3x^2 - 2 \leq 0$

(2) $x^2 - 2x - 1 < 0$

(3) $x^2 + 4x + 1 \geq 0$

(4) $2x^2 - 6x + 1 > 0$

103 次の不等式を解きなさい.

(1) $-x^2 + 4 \geq 0$

(2) $5x < 2x^2 - 3$

(3) $2x^2 - 1 < (x + 1)^2$

(4) $3x^2 - 5 > x^2 + 7$

2 二次不等式の利用

104 次の問いに答えなさい.

- (1) 二次方程式 $x^2 - 2kx - 4k = 0$ が異なる2つの虚数解をもつとき, 定数 k の値の範囲を求めなさい.

- (2) 二次方程式 $2x^2 + 2mx + 1 = 0$ が異なる2つの実数解をもつとき, 定数 m の値の範囲を求めなさい.

105 二次関数 $y = x^2 + 2mx - m + 2$ のグラフが, x 軸と共有点をもたないとき, 定数 m の値の範囲を求めなさい.

2.4

高次不等式

106 次の不等式を解きなさい.

(1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) < 0$

(3) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 \geq 0$

(2) $x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0$

(4) $2x^3 + 3x^2 - 9x - 10 < 0$

2.5

連立不等式

107 次の連立不等式を解きなさい.

$$(1) \quad \begin{cases} x - 3 > 1 & \dots \textcircled{1} \\ x + 8 > 2(x + 1) & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 3x - 8 < 4 & \dots \textcircled{1} \\ x - 2 \leq 3x + 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} 6x - 1 > 2x + 4 & \dots \textcircled{1} \\ 3x + 5 \leq 6x - 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} 2x + 7 > 5x - 2 & \dots \textcircled{1} \\ 3x + 1 > 4x & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} x-1 \leq 2(x-1) & \dots \textcircled{1} \\ 6-7x \geq 4(x-4) & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(6) \quad \begin{cases} 5(x-1) \leq -(2x+10) & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{2} - \frac{x}{4} \geq -\frac{x-4}{7} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

108 次の連立不等式を解きなさい.

$$(1) \quad \begin{cases} 4(x-1) > 3(x-2) & \dots \textcircled{1} \\ x^2 - 1 > 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x^2 - 9x + 8 \leq 0 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x + 3 < x & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

§ 3 式の証明

3.1

恒等式

109 次の等式が x についての恒等式になるように、定数 a, b, c の値を定めなさい.

$$(1) \quad a(x+2) - b(x-2) = 4x$$

$$(2) \quad 3x^2 + 2x + 5 = a + b(x-1) + c(x-1)(x-2)$$

$$(3) \quad x^3 + x^2 + ax + b = (x-1)^2(x+c)$$

$$(4) \quad 2x^2 - 7x - 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$(5) \quad \begin{aligned} x^3 - 2x^2 - 3x + 5 \\ = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c \end{aligned}$$

110 次の等式が x についての恒等式になるように, 定数 a, b, c の値を定めなさい.

$$(1) \quad \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$$

$$(2) \quad \frac{1}{(x-3)(x-1)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x-1}$$

$$(3) \quad \frac{2x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+1}$$

$$(4) \quad \frac{2x-1}{x(x^2-x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

$$(5) \quad \frac{7x+1}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

Tea Break

6 次の□の中に, 1~9 の数字を 1 つずつ入れて, 正しい計算が成立するようにしなさい. (答えは 2 通りあります.)

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ - \quad \square\square\square\square \\ \hline 3\,3\,3\,3\,3 \end{array}$$

111 次の問いに答えなさい。

- (1) $x^3 - 4x^2 + 3x + a$ が $x^2 + bx - 1$ で割り切れるとする。商を $x + c$ とおいて恒等式をつくり、定数 a, b, c の値を定めなさい。

- (2) $x^3 + px^2 - 5x + 4$ を $x^2 + qx - 2$ で割ると、余りが 2 になる。このとき、定数 p, q の値を求めなさい。

- (3) $2x^3 + ax + 10$ を $x^2 - 3x + b$ で割ると、余りが $3x - 2$ になる。このとき、定数 a, b の値を定めなさい。

112 $x^2 + 1$ で割ると余りが $3x + 2$ であり、 $x^2 + x + 1$ で割ると余りが $2x + 3$ である 3 次式を求めなさい。

3.2

等式の証明

1 恒等式の証明

113 次の等式を証明しなさい.

$$(1) \quad x^4 + 4y^4 = \{(x+y)^2 + y^2\} \{(x-y)^2 + y^2\}$$

$$(2) \quad (a^2 - b^2)(c^2 - d^2) = (ac + bd)^2 - (ad + bc)^2$$

$$(3) \quad (x^2 + 1)^3 - (3x^4 + 1) = (x^2 - 1)^3 + (3x^4 + 1)$$

2 条件付き等式の証明

114 $x + y = 1$ のとき, $x^2 - x = y^2 - y$ を証明しなさい.

115 $a + b + c = 0$ のとき, 次の等式を証明しなさい.

$$(1) \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$(2) \quad 2a^2 + bc = (b - a)(c - a)$$

$$(3) \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2(bc + ca + ab) = 0$$

$$(4) \quad \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$$

117 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき、次の等式を証明しなさい.

$$(1) \quad \frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{2a-3c}{2b-3d}$$

$$(2) \quad \frac{2a+3b}{b} = \frac{2c+3d}{d}$$

116 $abc = 1$ のとき、次の等式を証明しなさい.

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$$

$$(3) \quad \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$$

118 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ のとき, 次の等式を証明しなさい.

$$(1) \quad (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2$$

$$(2) \quad \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{xy + yz + zx}{ab + bc + ca}$$

119 次の問いに答えなさい.

$$(1) \quad 3x = 2y \neq 0 \text{ のとき, } \frac{3x+y}{x+2y} \text{ の値を求めなさい.}$$

$$(2) \quad 3x = -4y = 6z \neq 0 \text{ のとき, } \frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2} \text{ の値を求めなさい.}$$

$$(3) \quad \frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} \text{ のとき, この式の値を求めなさい.}$$

3.3

不等式の証明

1 絶対不等式の証明

120 次の不等式を証明しなさい. また, 等号を含むものについては, 等号の成り立つ場合について調べなさい.

(1) $x^2 + x + 1 \geq 3x$

(2) $x^2 - 2x + 2 > 0$

(3) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

(4) $2x^2 + 3y^2 \geq 4xy$

(5) $a^2 + b^2 \geq ab$

(6) $a^2 - ab + b^2 \geq a + b - 1$

(7) $a^2 + b^2 \geq 2(a + b - 1)$

2 条件付き不等式の証明

121 a, b はともに正の数で, $a \geq b$ のとき, $a^2 \geq b^2$ が成り立つことを証明しなさい. また, 等号の成り立つ場合を調べなさい.

122 $a < b, x < y$ のとき, $ax + by > bx + ay$ であることを証明しなさい.

123 $a > b$ のとき, $a^3 > b^3$ であることを証明しなさい.

3 相加平均と相乗平均

124 $a > 0, b > 0$ のとき, 次の不等式を証明しなさい. また, 等号の成り立つ場合を調べなさい.

$$(1) \quad ab + \frac{1}{ab} \geq 2$$

$$(2) \quad \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$$

$$(3) \quad \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{a}\right) \geq 4$$

$$(4) \quad (a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$$

125 a, b, c, d がすべて正の数であるとき，次の不等式を証明しなさい．また，等号の成り立つ場合を調べなさい．

$$(1) \quad (a+b)(c+d) \geq 4\sqrt{abcd}$$

$$(2) \quad (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$$

4 その他の不等式

126 次の不等式を証明しなさい．

$$(1) \quad 3\sqrt{a} + 2\sqrt{b} > \sqrt{9a+4b}$$

$$(2) \quad \sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$$

(3) 次の不等式を証明しなさい．

$$|a-b| \leq |a| + |b|$$

第3章 集合と命題

§ 1 集合

1.1

集合

1 集合と要素

127 次の集合を，要素を書き並べて表しなさい．

(1) $\{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の素数} \}$

(2) $\{x \mid -2 < x < 4, x \text{ は整数} \}$

(3) $\{x \mid x^2 - 3x - 4 = 0\}$

(4) $\{x \mid x^2 = 3, x > 0\}$

(5) $\{n(n-1) \mid n \text{ は } 5 \text{ 以下の自然数} \}$

(6) $\{3n+1 \mid 0 \leq n \leq 5, n \text{ は整数} \}$

2 集合の包含関係

128 次の集合 A, B について，包含関係があれば， $\subset$, $\supset$, $=$ を用いて表しなさい．

(1) $A = \{x \mid -3 < x < 2\}$
 $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$

(2) $A = \{3n-1 \mid 1 \leq n \leq 5, n \text{ は整数} \}$
 $B = \{6n+2 \mid 0 \leq n \leq 2, n \text{ は整数} \}$

129 次の集合の部分集合をすべて求めなさい．

(1) $\{1, 2\}$

(2) $\{a, b, c, d\}$

1.2

集合の演算

130 次の集合 A, B について, $A \cap B, A \cup B$ を求めなさい.

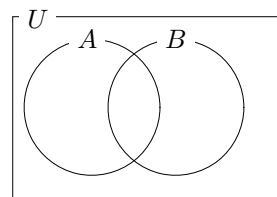
(1) $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{0, 1, 2, 3\}$

(2) $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 4, x \text{ は実数}\}$
 $B = \{x \mid \sqrt{15} \leq x \leq 8, x \text{ は実数}\}$

(3) $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 2, x \text{ は実数}\}$
 $B = \{x \mid -5 \leq x \leq 3, x \text{ は実数}\}$

(4) $A = \{2n+1 \mid 0 \leq n \leq 6, n \text{ は整数}\}$
 $B = \{3n+1 \mid 0 \leq n \leq 4, n \text{ は整数}\}$

131 $U = \{a, b, c, d, e\}, A = \{a, b, d\},$
 $B = \{b, d, e\}$ のとき, 次の集合を求めなさい.



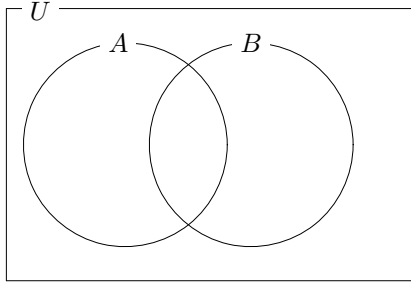
(1) $\overline{A}$ (2) $\overline{A} \cap B$

(3) $A \cup \overline{B}$ (4) $\overline{A} \cap \overline{B}$

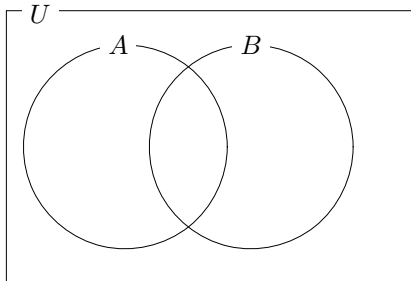
(5) $\overline{A \cap B}$ (6) $\overline{A} \cup \overline{B}$

132 $x^2 < 4x + 12$ の解の集合を $A, x^2 + 5x \leq 0$ の解の集合を B とするとき, $A \cap B, A \cup B$ を求めなさい.

- 133 $U = \{n \mid 1 \leq n \leq 10, n \text{ は整数}\}$ を全体集合とする. U の部分集合 A, B について,
 $A \cap B = \{3, 6, 9\}$, $A \cup \bar{B} = \{1, 3, 4, 6, 7, 9\}$,
 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{7\}$ であるとき, 集合 A, B を求めなさい.



- 134 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする. U の部分集合 A, B について,
 $A \cap B = \{4, 8\}$, $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9\}$, $\bar{A} \cap B = \{9\}$ であるとき, 次の問いに答えなさい.

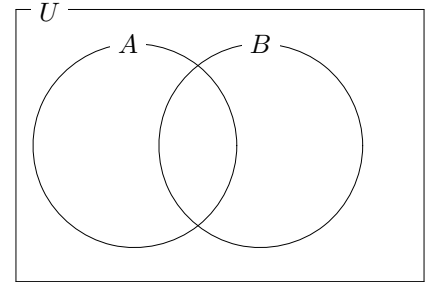


(1) A を求めなさい.

(2) B を求めなさい.

(3) $\bar{A} \cup B$ を求めなさい.

- 135 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする. U の部分集合 A, B について,
 $A \cap B = \{2\}$, $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$
 であるとき, 次の集合を求めなさい.



(1) B

(2) $A \cup B$

(3) $A \cap \bar{B}$

(4) $\overline{A \cup B}$

Tea Break

7 ここに, A, B, C の 3 人のウソつきと正直者がいるが, 正直者は一人だけである. 次の会話から正直者は誰か見つけだしなさい.

A 「私は正直者です」

B 「A はウソつきです. 私こそ正直者です」

C 「Bこそウソつきです. ほんとうは私が正直者です」

§ 2 命題

2.1

命題と条件

1 命題の真偽

136 次の命題の真偽を答えなさい。

- (1) 自然数 8 は素数である。
- (2) 長方形は正方形である。
- (3) 正三角形は二等辺三角形である。
- (4) $3.14 > \pi$ である。

137 次の命題は偽である。反例をあげなさい。

- (1) 実数 x について、 $x^2 = 9$ ならば $x = 3$ である。
- (2) 実数 a, b について、 $a < 1, b < 1$ ならば $ab < 1$ である。
- (3) 自然数 n について、 n が奇数ならば $10n + 1$ は素数である。

138 次の命題の真偽を答えなさい。また、偽の場合には反例を示しなさい。ただし、文字はすべて実数とする。

- (1) $xy = 0$ ならば $x = 0$ である。
- (2) $x = y$ ならば $x^2 - y^2 = 0$ である。
- (3) $|x| = |y|$ ならば $x = y$ である。
- (4) $x = 2$ ならば $x^2 + x - 6 = 0$ である。

139 次の命題の真偽を答えなさい。また、偽の場合には反例を示しなさい。ただし、文字はすべて実数とする。

- (1) x と y が有理数ならば $x + y$ は有理数である。
- (2) x と y が無理数ならば $x + y$ は無理数である。
- (3) xy が有理数ならば x, y はともに有理数である。

140

次の命題の真偽を答えなさい。また、偽の場合には反例を示しなさい。ただし、文字はすべて実数とする。

(1) $1 < x < 2$ ならば $1 < x < 3$ である。

(2) $x > 1$ ならば $x^2 > 1$ である。

(3) $x < 1$ ならば $x^2 < 1$ である。

(4) $x > -1$ ならば $x^2 > 1$ である。

(5) $|x| < 3$ ならば $x < 3$ である。

(6) $|x| \leq 2$ ならば $|x - 1| < 3$ である。

2

必要条件と十分条件

141

次の の中に、必要、十分、必要十分のうち、最も適するものを入れなさい。いずれでもない場合には×をつけなさい。ただし、文字はすべて実数とする。

(1) $ac = bc$ は、 $a = b$ であるための 条件である。

(2) $x = y$ は、 $x + z = y + z$ であるための 条件である。

(3) 整数 n について、「 n は 6 の倍数」は、「 n は 3 の倍数」であるための 条件である。

(4) 四角形がひし形であることは、対角線が直交するための 条件である。

(5) $x = 2$ は、 $x^2 - 5x + 6 = 0$ であるための 条件である。

(6) $x \neq 0$ は, $(x-1)(x-2) = 0$ であるための 条件である.

(7) $xy = 1$ は, $x = 1$ であるための 条件である.

(8) $x = y = 2$ は, $2x - y = 2y - 2 = 2$ であるための 条件である.

(9) $(x-y)(y-z) = 0$ は, $x = y = z$ であるための 条件である.

(10) $ab = 0, a \neq 0$ は, $b = 0$ であるための 条件である.

(11) $x = y = 0$ は, $xy = 0, x + y = 0$ であるための 条件である.

3 条件の合成

142 次の条件の否定をつくりなさい. ただし, 文字はすべて実数とする.

(1) $x = \frac{1}{2}$

(2) $x > -3$

(3) x は有理数である.

(4) $x < 1$ または $x > 5$

(5) $-2 \leq x < 3$

(6) $x > 8$ または $x = 3$

(7) n は偶数 または 10 以上

(8) $x \geq 5$ かつ $x \leq 10$

2.2

逆・裏・対偶

143 次の命題の逆, 裏, 対偶を述べ, それらの真偽を答えなさい. ただし, x, y は実数, n は自然数とする.

(1) n は 9 の倍数である. $\rightarrow n$ は 3 の倍数である.

(2) $x \neq 2 \rightarrow x^2 - 3x + 2 \neq 0$

(3) x, y がともに有理数ならば, $x + y$ は有理数である.

144 次の命題が真であることを, 対偶を用いて証明しなさい.

(1) 整数 n について, n^2 が奇数ならば, n は奇数である.

(2) $x + y > 2$ ならば, $x > 1$ または $y > 1$ である.

(3) m, n が整数のとき, mn が奇数ならば m も n も奇数である.

第 4 章 場合の数

§ 1 数え上げの基本

1.1	樹形図と辞書式配列
-----	-----------

145 大中小の 3 個のさいころを投げるとき、目の和が 5 になる場合は何通りあるか。

146 4 個の文字 aabc から 3 個を取り出す。このとき、次のような場合をすべて求めなさい。

- (1) 順序をつけて 1 列に並べる。(aab と baa は異なるもの)
- (2) 順序を問題にしないで組を作る。(aab, aba, baa は同じもの)
- (3) 異なる文字だけを用いて、順序をつけて 1 列に並べる。
- (4) 異なる文字だけを用いて、組を作る。

147 次の問いに答えなさい。

- (1) ある競技の予選は 5 試合のうち 3 勝すれば通過できる。ただし、引き分けはなく、3 勝したらそれ以降の試合はない。最初に 1 勝したとき、この競技の予選を通過するための勝敗の順は何通りあるか求めなさい。
- (2) A, B 2 つチームで、早く 3 勝したチームが優勝し、以後の試合を打ち切る優勝戦を行うとする。まず A が勝ったとき、優勝が決まるまでの勝負の分かれ方は何通りあるか。ただし、試合で引き分けはないものとする。

1.2

和の法則

148 大小2つのさいころを投げるとき、次の場合は何通りあるか.

(1) 目の和が5または6になる場合

(2) 目の和が10以上になる場合

(3) 目の和が3の倍数になる場合

149 大中小3つのさいころを投げるとき、次の場合は何通りあるか.

(1) 目の和が8の倍数になる場合

(2) 大の目が中の目と小の目の和に等しくなる場合

150 $x + y + z = 8$ を満たす正の整数の組 (x, y, z) は何個あるか.

151 $x + 2y + 3z = 10$ を満たす正の整数の組 (x, y, z) は何個あるか.

152 10 円, 50 円, 100 円の 3 種類の硬貨をどれも 1 枚以上使って 350 円を支払うには, 何通りの支払いがあるか.

1.3

積の法則

153 大小2つのさいころを投げるとき、次の問いに答えなさい.

(1) 2個のさいころの目の出方は何通りあるか.

(2) 大きいさいころの目が3以上、小さいさいころの目が偶数である出方は何通りあるか.

154 A市とB町は異なる4つの道路で結ばれている. A市からB町まで行って帰るのに、次の場合、使用する道路の選び方は何通りあるか.

(1) 往復とも同じ道路を使用してよい場合

(2) 往復で同じ道路を使用しない場合

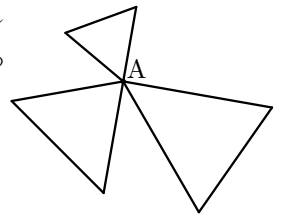
155 次の問いに答えなさい.

(1) $(a+b)(x+y+z)$ を展開したときの項の数を求めなさい.

(2) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z+w)$ を展開したときの項の数を求めなさい.

156 x, y は整数で、 $1 \leq x \leq 3$, $3 \leq y \leq 6$ であるとき、 (x, y) を座標とする点はいくつあるか求めなさい.

157 右の図を、Aを出発点として一筆で書く方法は何通りあるか求めなさい.



158 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次のような場合は何通りあるか答えなさい．

(1) すべての目の出方

(2) すべての目が奇数

(3) すべての目が異なる

(4) 少なくとも 2 個が同じ目

(5) 目の積が奇数

(6) 目の積が偶数

(7) 目の積が 3 の倍数

(8) 目の和が偶数

(9) 目の和が奇数

Tea Break

8 「孤独の 7」と呼ばれる覆面算

□ □ □)

□ □ □ □ □ □ □ □

□ □ □ □

□ □ □

□ □ □

□ □ □ □

□ □ □

□ □ □ □

□ □ □ □

0

□ 7 □ □ □

□ □ □ □ □ □ □ □

□ □ □ □

□ □ □

□ □ □

□ □ □ □

□ □ □

□ □ □ □

□ □ □ □

0

159 2桁の自然数のうちで，次のような数は何個あるか，求めなさい．

- (1) 十の位の数と一の位の数之和が偶数になるもの．

- (2) 十の位の数と一の位の数之積が偶数になるもの．

160 次の問いに答えなさい．

- (1) 1200 の約数の個数を求めなさい．

- (2) 40 の約数の個数と，その約数の総和を求めなさい．

- (3) 360 の約数の個数と，その約数の総和を求めなさい．

§ 2 順列

2.1

順列

161 次の値を求めなさい.

(1) ${}_6P_3$

(2) ${}_5P_1$

(3) ${}_7P_4$

(4) ${}_6P_6$

162 次の値を求めなさい.

(1) $4!$

(2) $7!$

(3) $\frac{9!}{7!}$

(4) $\frac{n!}{(n-1)!}$

163 次の問いに答えなさい.

(1) a, b, c, d, e の 5 個の文字から 3 個を選んで 1 列に並べるとき, 何通りの並べ方があるか求めなさい.

(2) 1 から 6 までの 6 個の数字から 4 個をとって, 1 列に並べるとき, 何通りの並べ方があるか求めなさい.

164 5 人乗りの車に 5 人が乗車するとき, 乗り方は何通りあるか, 次の各場合について求めなさい.

(1) 5 人全員が運転できるとき

(2) 5 人のうち, 3 人だけが運転できるとき

165 0 から 6 までの数字を用いて, 7 桁の整数をつくる. 次の問いに答えなさい. ただし, 同じ数字は 2 回以上使わないこととする.

(1) 全部でいくつの整数ができるか.

(2) 偶数はいくつできるか.

166 5 個の文字 a, b, c, d, e を全部並べるとき, 両端が母音のものはいくつできるか.

167 女子 5 人, 男子 3 人が 1 列に並ぶとき, 次のような並び方は何通りあるか求めなさい.

(1) 両端が男子である並び方

(2) 女子 5 人が皆隣り合う並び方

(3) 女子は女子, 男子は男子で皆隣り合う並び方

(4) どの男子も隣り合わない並び方

168 A, B, C の 3 人が 1 号室から 7 号室の部屋に 1 人ずつ宿泊する. 次の問いに答えなさい.

(1) 3 人が宿泊する方法は何通りあるか.

(2) 3 人が連続する番号の部屋に宿泊する場合の数を求めなさい.

2.2

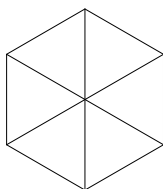
いろいろな順列

1 円順列

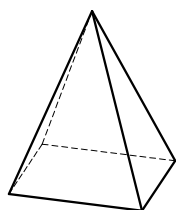
169 次の問いに答えなさい。

- (1) 7人が手をつないで輪を作る方法は何通りあるか。

- (2) 右の図のように、6等分した正六角形の各部分を、異なる6色の絵の具をすべて使って塗り分ける方法は何通りあるか。



170 正四角錐の5面を、5色の色すべてを使って塗り分ける方法は何通りあるか。



171 次の問いに答えなさい。

- (1) 大人2人と子供4人が手をつないで輪をつくる時、大人2人が隣り合うような並び方は何通りあるか。

- (2) 男子4人と女子4人が交互に並び、1つの輪になる方法は何通りあるか。

172 5種類の宝石を、ひもでつないで輪の形にすると、何通りの輪が作れるか。

2 重複順列

173 次の問いに答えなさい。

(1) 4つの異なるさいころを振るとき、目の出方は何通りあるか。

(2) 5人がじゃんけんをするとき、5人の手の出し方は何通りあるか。

(3) 0と1を7個並べて数字の列をつくるとき、全部で何個できるか。

174 0, 1, 2, 3, 4の5種類の数字で作られる3桁の整数は何個あるか。

175 集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ の部分集合はいくつあるか。

3 同じものを含む順列

176 8個の数字 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3 を使ってできる8桁の整数は何個あるか求めなさい。

177 NAGANO の6文字を1列に並べるとき、何通りの並べ方があるか。

178 赤玉3個、白玉2個、青玉2個を1列に並べるとき、何通りの並べ方があるか。また、白玉2個が隣り合うような並べ方は何通りあるか。

179 5個の数字 0, 1, 1, 2, 3 を並べてできる5桁の偶数はいくつあるか。

§ 3 組合せ

3.1

組合せ

180 次の値を求めなさい.

(1) ${}_6C_3$

(2) ${}_{10}C_2$

(3) ${}_7C_5$

(4) ${}_{10}C_7$

(5) ${}_nC_1$

(6) ${}_nC_2$

(7) ${}_nC_n$

(8) ${}_nC_{n-1}$

181 男子 6 人, 女子 4 人の中から, 4 人の委員を選ぶとき, 次の問いに答えなさい.

(1) 全部で何通りの選び方があるか.

(2) 男子の委員 2 人, 女子の委員 2 人を選ぶ方法は何通りあるか.

(3) 少なくとも 1 人は女子を選ぶ方法は何通りあるか.

(4) 特定の 2 人 a, b がともに選ばれる方法は何通りあるか.

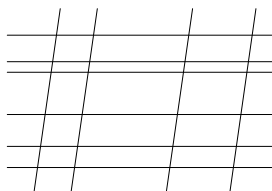
(5) a は選ばれるが, b は選ばれない方法は何通りあるか.

182 次の問いに答えなさい。

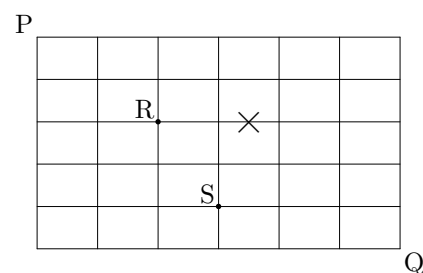
- (1) 円周上に異なる 6 個の点がある。これらの点を結んでできる線分は何本あるか。また、これらの点を頂点とする三角形はいくつできるか。

- (2) 平面上に 8 本の直線があり、どの 2 本も平行ではなく、どの 3 本も 1 点で交わらないとき、交点はいくつあるか。また、三角形はいくつできるか。

- (3) 6 本の平行線と、これらに交わる 4 本の平行線がある。平行四辺形は全部でいくつあるか。



183 図のような街路で P から Q に行く最短経路について、次の問いに答えなさい。



- (1) すべての経路は何通りあるか。
- (2) R を通る経路は何通りあるか。
- (3) R, S をともに通る経路は何通りあるか。
- (4) ×印の箇所を通らない経路は何通りあるか。

3.2

二項定理

184 次の式を展開しなさい.

(1) $(a+1)^7$

(2) $(a-2b)^4$

(3) $(1-x)^6$

(4) $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$

185 次の問いに答えなさい.

(1) $(3x+1)^5$ の展開式における x^4 の係数を求めなさい.

(2) $(2x^3-3x)^5$ の展開式における x^9 の係数を求めなさい.

(3) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^7$ の展開式における x^2 の係数を求めなさい.

(4) $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$ の展開式における定数項を求めなさい.