

John F. Nash (2005. 8. 06) (担当 泊 昌孝 (文理学部数学科)) (8.07 and 8.11 改訂)

(ノーベル賞をもらった数学者)

1. はじめに

皆さんは、ナッシュという名前の数学者を御存知でしょうか？

彼は、2001年度アカデミー賞の主要4部門を受賞した映画「ビューティフルマインド」のモデルとして取り上げられた実在の現存の数学者なのです。

数学者がハリウッド映画の主人公に取り上げられる事自体が稀で、驚きなのですが、さらにこの映画の内容は様々な意味で衝撃的でした。主人公の数学者ナッシュは強度の幻覚をとまなう精神障害「統合失調症 (旧病名：精神分裂病)」をわずらっており、最新のCG技術を駆使した映画は、その様々なハプニングが見事な映像として表現されていました。

ナッシュは、ノーベル賞を既に受賞しておりそれなりに有名人だったはずなのですが、その事自体にも、人によって、不思議な印象をもったのではないのでしょうか？例えば、

「ノーベル賞に数学はなかったのではないのか？」 (実はノーベル**経済学賞**)

とか

「数学者であるナッシュが**経済学賞**？」

とか

「えっ!? まだナッシュって生きていたんだ」

... と、いった調子です。

実は、ナッシュの名の付いた数学の概念や結果は、沢山あり、数学の専門の研究をしていると次のような言葉は目にする事があります。

Nash equilibrium - ナッシュ均衡点 (**ゲーム理論**)

Nash bargaining solution - ナッシュ交渉解 (**ゲーム理論**)

Nash program (**ゲーム理論**)

De Giorgi - Nash の理論 (**偏微分方程式論**)

Nash manifold, Nash function, Nash morphism (**実代数幾何**)

Nash embedding - ナッシュの等長埋め込み (**微分幾何学**)

Nash-Moser implicit function theorem (inverse mapping theorem) - ナッシュ・モーザーの陰関数定理 (逆関数定理) (**解析学、関数解析**)

Nash blowing-up - ナッシュのブラウイングアップ (**代数幾何、特異点理論**)

Nash の Arc Space の理論 (**代数幾何、特異点理論** 1968年に投稿され、1995年に出版!!)

などです。

本日は、この数学の部分进行何か Key word で理解していただき、数学への興味を持っていただけるようなお話をしたいと思ひます。

2. Nash の年譜

1928年6月13日 アメリカ合衆国 West Virginia Bluefield にて誕生, full name は **John Forbes Nash Jr.**

父親は電機技師、母親は英語とラテン語の教師。標準的な学校で教育を受けるが、ハイスクールの学生の際には、E.T.Bell による "Men of Mathematics" などを読む。素数べきに関する Fermat の小定理の証明にも成功したとのこと...

1948年 カーネギー工科大学卒

1950年5月 プリンストン大学にて博士号の学位取得, 学位論文は "Non-cooperative Games" この論文および、ゲーム理論関係の諸結果は、両大学に在学中に達成されたものである。

この学位論文が受理されなかつた時の為すでに全く別のテーマ "Real algebraic manifold" の論文を用意していたという。こちらの論文の完成は 1951年の秋。

1950年, 朝鮮戦争勃発、II-A (職業が理由となる徴兵延期) 資格申請、(ちなみに I-A は甲種合格)

1951年 マサチューセツ工科大学 (M.I.T.) 講師、

等長埋め込みの問題へ関心を寄せる。この問題について C^1 埋め込みを 1953年成功, 1954年には C^r 化 ($r \geq 3$) に成功し、そして 1956年の Ann. of Math. に最終形が発表される。等長埋め込みの理論の中で、後に Nash-Moser 陰関数定理と呼ばれる解析的手法が確立される。

1956年 一年間サバティカル (Sloan sabbatical) でプリンストン大へ (実際の住まいはニューヨーク)

クーラン研究所にて、楕円型偏微分方程式の研究 (2次元の結果の高次元化) についてニーレンベルクやヘルマンダーと議論。いくつかの基本的結果を示す。(De Giorgi- Nash の理論) De Giorgi は独自に Nash の結果を上回る仕事をしたと言われているが、両者の方法は全く別のもの。

1957年2月 結婚 (お相手はアリシア・ラデル)

1958年 (エンジンバラ) のフィールズ賞の候補者にあがるも、ルネ・トム (微分可能多様体のコボルディズム) に破れ受賞できず。同時受賞は、ロス (整数論)。

ちなみに、1962年 (ミルナー、ヘルマンダー) までのフィールズ賞は一度に2人までであった。

1958年年末から ナッシュの行動に異変があらわれる。

1959年アメリカ数学会主催の地方部会にて、異様な講演を行う。この中で、リーマン予想についても述べている。聴衆は、何故それがリーマン予想に関連するか理解できなかったようだ。(実は、1959年1月ごろ、MITのテニユア(終身教授資格)がまさに決定しようとした時期だった。)

1959年春 MIT、統合失調症の入院治療、退院後に M.I.T. 辞職

1959年夏から1960年にかけて、パリ、ジュネーブなどのヨーロッパ諸国を放浪。1961年にはふたたび入院治療。

ちなみに、彼にほどこされた治療方法はインシュリン療法と呼ばれるもので、電気ショックの療法は用いられなかった。(映画のストーリーはフィクションが多く、自分の事ではないという様子で試写に立ち会った Nash であったが、治療シーンだけは、映画の中でのラッセルクロウの演技に対し、ナッシュは正視することはできなかったと言われている。)

1961年10月ごろから、健康状況が回復し、再び研究ができるようになる。当時のプリンストン研究所のスタッフ：スペンサー、ボレル、セルバーク、モース、モントゴメリーなどの力添えて、研究所における一年契約の研究作業が用意された。

1962年に発表された「コーシー問題の論文」はこのころ作成された。しかし、1962年の夏には、また健康状況が悪化。

このころ、いわゆる Nash blowing-up のアイデアを思いつき、広中先生とも議論をしたとの記録がある。しかし、Nash 自身の論文などは見たことがない。

1963年から1964年にかけて、プリンストン研究所での研究所員資格の給付を受けたり、スタッフの努力の結果、1964年5月プリンストン数学科教員への正式任命が決定する。しかし、その中で、健康の異常が再発。

1965年~1967年 ボストンでのひとり暮らし。MIT へときどき通う。正気をだんだん取り戻し、「陰関数定理の解析データバージョン」を執筆、そして、「特異点の標準的解消」に関する研究に取りかかる (Arc space の理論だろうか?)。

1968年以降、再び健康の状況が悪化する。この頃 Nash 40 歳。

1970年代、ファインホールの幽霊と呼ばれる生活を送る。

1978年 フォン・ノイマン賞受賞 (ゲーム理論に於ける「非協力均衡論」)

1990年ごろから、正気にもどった Nash がプリンストンのセミナーに出席するようになる。

1994年10月ノーベル経済学賞

実際に、1980年代半ばから、ノーベル賞候補に Nash の名が挙がり始めていたようだ。

現在：プリンストン大学、ファインホールに研究室をもらい、肩書きは、

Senior Research Mathematician

となっている。彼のホームページは、
<http://www.math.princeton.edu/~kijnj/>
である。

(一番最新のホームページ内の「texts and graphics」のコーナーの変更は 2005 年 7 月 24 日(この原稿執筆時)になっている。まだまだ元気)

3. 私個人のナッシュ体験は Nash blowing-up からです。

私は、1979 年に早稲田大学理工学部を卒業し、京大の数理解析研究所で大学院時代を送りました。学部時代は多変数関数論を学び、大学院では代数幾何的な特異点理論を勉強していました。そんなわけで、大学院時代は、指導教官の齋藤恭司先生の特異点セミナーと中野茂男先生の複素解析セミナーに属していたのですが、広中先生が日本に戻ってこられてセミナーで話されることもありました。

1982 年 7 月 13 日 広中先生が昼休み直後のセミナーで、"Nash blowing-up の繰り返しによって全ての代数多様体の特異点解消ができるのではないか" という事をテーマに発表をされました。実際、広中先生は、正規化を加えると問題は、2次元についてはある特殊な特異点(サンドイッチ特異点)についてのみ考えれば良いというところまでつめられている事を話されたのです。

そのサンドイッチ特異点の場合は 2 年後広中先生の弟子のスピバコフスキー氏が解決し、また、その 3 年後の 87 年夏には、パークレイの可換環論研究集会でリップマン氏がその内容を取り上げるなど、私の周りでは、Nash の名が無くなることはありませんでした。

同時に、私は、少しでも複素解析のセミナーにも顔を出していたのですが、その中でも Nash の名は耳にしておりました。複素平面やその高次元化として得られる多変数複素関数の存在域として特徴づけられる領域は、通常の集合ではない境界の特徴を持ちます。擬凸とよばれる、通常の凸性を複素化した概念がその性質なのです。境界になるべき抽象的な奇数次元の多様体に、その接束の中のある種の複素構造が見えるとき、実際それが自然に複素領域の境界であることによるものなのかという埋め込み問題、これは自然であるが、難しいことでした。コロンビア大学の倉西正武先生が決定的な寄与をこの問題にされていましたが、それが、(倉西先生によって拡張された) Nash-Moser の逆関数定理によるものでした。

これらは、共に Nash の名前を冠しているものの、あまり共通性を感じられるアイデアをもっていません。同じ人が考えたアイデアなのかというのは正直言ってよくわからない、という代物でした。それに、Nash blowing-up の方の話は、これに関する Nash の文献はなく、広中先生に

「Nash ってどんな人なんですか？」

と当時尋ねてみたところ、

「普通の人と考えられないような発想をする」

とか

「精神病院にはいついて、変な手紙をよこしたりする」

とかいう答えが帰ってくる状況でした。「謎だあ〜」というのが当時の私の理解です。それに、1980年代 Nash の論文が出ているわけでもなく、彼自身がどうしているのかも関心はわきませんでした。

その後、1995年ごろ、彼がノーベル賞をとったとの情報をえました。

これは非常に不思議な気持ちです。さきほど述べた、「数学者が何故?」「ゲーム理論って一体何?」「これって同じ Nash のこと?」つとといった気持ちです。

更に、映画です。Beautiful Mind という作品。当時は見ませんでした。

原作本は買いましたが、.....、これが大変読みにくい。

まあ、Nash は生きているんだ、くらいの気持ちでいたのです。

ところが、この最近2、3年私は毎月のように、Nash の名を新しい結果と共に聞く事になります。日大文理学部では、渡辺敬一先生のもとで、定期的に全国の可換環論的な特異点理論のセミナーが開かれています。その中で、東工大の石井志保子先生が、毎月のように Nash の arc space の理論に関する新しい結果を発表されているのです。その結果が、「確かに大事な事だというのはわかるが、良く理解できない」まさに「Nash だ」といいたくなるものなのです。

今回、サマースクールという場をお借りして、自分自身の Nash への疑問を少し解明し、何か皆様が、映画や原作本以外の側面も感じていただければ面白いだろうと、このテーマを取り上げてみました。

4. 参考文献

- [1] FAQ: John Nash: <http://www.princeton.edu/mudd/news/faq/topics/nash.shtml>
(「映画の虚構部分に関する指摘記事」や、このページから学位論文のダウンロードができる。)
- [2] Sylvia Nasar: A beautiful mind, A Touchstone Book (pp.461)
- [3] シルビア・ナサー (塩川優訳): ビューティフル・マインド、新潮社
([2] の翻訳本。[2] の英文は、当方には難解で、主に [3] を参照したのだが、数学的な表現や、数学者の名称は、[2] のほうが正確である。それと、[2] はそれぞれの逸話についての元記事に関する言及が注釈として与えられている。これは是非読んでほしい部分である。)
- [4] カスタマーレビュー of [2][3]; <http://www.amazon.co.jp/>
- [5] 記念出版物「The essential John Nash」の抜粋; [1] のページからたどることができる。内容は、(0. W. Kuhn による Introduction), (1. Introduction by S. Nasar), (2. ノーベル賞プレスリリース), (3. Nash 自叙伝 (ノーベル賞受賞に際して書かれたもの))

- [6] S. Schultz: "Second career begins where movie ends for John Nash", Princeton Weekly Bulletin, Dec. 10 (2001) Vol.91, No.12, <http://www.princeton.edu/pr/pwb/01/1210/1b.shtml>
(映画 "Beautiful Mind" の Princeton での撮影風景など。Nash 自身も映っている。たしか、DVD の disk 2 にもこの時の様子が紹介されている。)
- [7] 松島斎：ノーベル経済学賞；数学セミナー 1995年2月号 pp.49-51
- [8] 落合啓之：映画『ビューティフルマインド』を観て（映画評）、数学セミナー 2002年7月号, pp.8-11
- [9] ジョン ミルナー（山下純一訳）：ジョンナッシュと『ビューティフルマインド』、数学セミナー 2002年7月号, pp.12-17(AMS Notice 45(10) Nov. 1998,1329-1332 が元の記事、
- [10] 山下純一：ナッシュの「くやしき」数学セミナー 2002年7月号, p.18 (グロタンディックとの関係?)
- [11] H. Kuhn: Introduction to "the volume for the celebration of Nash's nobel prize" Duke Math. J. vol. 81. no.1 (1995)
- [12] 服部哲弥：A Beautiful Mind; <http://www.math.tohoku.ac.jp/hattori/nash.htm>
- [13] 渡辺隆裕：図解雑学「ゲーム理論」ナツメ社(2004)
- [14] 「一読百健」マガジン、「統合失調症特集」 2005年7月号、
ナッシュ自身の論文から
- [N1] J. Nash: Non-cooperative games, Ann. of Math.(2) 54 (1951) 286-295
- [N2] J. Nash: Real algebraic manifolds, Ann. of Math. (2) 56 (1952), 405-421
- [N3] J. Nash: Two-person cooperative games, Econometrica 21 (1953), 128-140
- [N4] J. Nash: C^1 -isometric imbeddings, Ann. of Math. (2) 60 (1954) 383-396
- [N5] J. Nash: The imbedding problem for Riemannian manifolds, Ann. of Math.(2) 63 (1956), 20-63
- [N6] J. Nash. Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations, Amer. J. Math. 80 (1958) 931-954
- [N6] J. Nash: Le problème de Cauchy pour les équations différentielles d'un fluide général, Bull. Soc. Math. France 90 (1962) 487-497
- [N7] J. Nash: Analyticity of the solutions of implicit function problems with analytic data, Ann. of Math. (2) 84 (1966) 345-355
- [N8] J. Nash: Arc structure of singularities , Duke Math. J. vol. 81. no.1 (1995) 31-38 (Received by Fine Library, Princeton University, 5 September 1968, その時の Nash の所属および連絡先は MIT と Brandeis の両数学教室の名が書かれている。)

泊 昌孝 (Masataka Tomari)

日本大学文理学部数学科 ; Dept. of Math., College of Humanities & Sciences, Nihon Univ.

156-8550 Sakura-josui, Setagaya-ku, Tokyo, Japan

Tel: 03-5317-9727 (Dept. of Math), Fax: 03-5317-9431

e-mail tomari math.chs.nihon-u.ac.jp

hp-url: <http://www5a.biglobe.ne.jp/~tomari/>